

光パケット交換機のトラフィック理論（その 3）

— 漸近解析による廃棄率高精度近似 —

A Traffic Theory for Optical Packet Switches (Part 3) – Highly-accurate Approximations for Blocking Probabilities using asymptotic Analysis –

村上 泰司*

Yasuji Murakami

Abstract

Asynchronous optical packet switching seems to be suitable as a transport technology for the next-generation Internet due to the variable lengths of IP packets. Optical buffers in the output port are an integral part for solving contention by exploiting the time domain. Fiber delay lines (FDLs) are a well-known technique for achieving optical buffers. This work aims to give a highly accurate approximation of the blocking probabilities of the optical buffers for a generally distributed packet length even when the offered load ρ is extremely low. Such a tool is needed for investigating and designing realistic optical packet switches, which will be used for low-offered-load and low-packet-loss optical IP networks.

1. はじめに

インターネットにおける容量制限の究極は、個別部品の帯域制限によって決められるのではなく、エネルギー消費制限や熱拡散制限によると言われている[1]。最近の研究では、光パケット交換機が電氣的交換機と比較して格段のスループット改善やエネルギー節約をもたらすものではない、と報告されている[2]。しかしながら、データ転送速度が上昇すると、光交換構成の方がエネルギー効率は高くなることも同時に示されている。

光部品における開発の進展が、光パケット交換機技術のブレークスルーをもたらし、光信号のまま蓄積と交換する全光パケット交換を利用することが、現在のインターネットにおける問題点を解決するものと確信している。ここで、インターネットにおける可変長 IP パケットに対応するためには、非同期光パケット交換が次世代インターネットの転送技術に必須である。

出力ポートでのパケット衝突を回避するためには光バッファが必要であり、光バッファには多くの提案がある。実現性からみると光ファイバ遅延線（optical fiber delay lines : FDL）を利用することが近道である。光バッファとしてみた場合、FDL は次のような特徴を持つ。

- (1) FDL はその長さに比例した一定量の蓄積時間しか得られない。FDL での蓄積時間は、光ファイバ長に比例するので、FDL 長の単位を遅延時間で考える。これを**時間粒度**（time granularity）と呼ぶ。

*大阪電気通信大学 情報通信工学部 通信工学科

(2) 衝突回避に間に合わなければ、パケットは廃棄される。

非同期光パケットに対応する光バッファの性能を評価するため、多くの解析方法が提案されている[3-8]。いずれの提案も時間粒度の整数倍の FDL を数多く用意して、時間粒度の最適化を図るものとなっている。すなわち、FDL の長さ分布をどのようにすれば、パケット廃棄率を抑えることができるか、という問題である。これに対して、近似数値解[3-4]、数値シミュレーション[5-6]、指数関数分布パケット長に対する厳密解[8]などさまざまな取り組みがされているが、見通しのよい理論式を得ているわけではない。

前報告[9, 10]では、一般分布パケット長に対して、光パケット交換機バッファの性能、具体的にはパケット廃棄率と遅延に関する見通しのよい近似式を得ることに成功した。①近似式を得る上で、擬似負荷を定義し、擬似負荷が実負荷の代わりに扱うことが式を簡略化するのに有効であること、②指数関数分布のパケット長に対しては十分に高い精度を持つが、廃棄率が小さくなると精度が落ちること、③固定長分布や均一分布のパケット長に対しては、負荷が 0.7 以上で十分な精度を持つが、それ以下の負荷に対しては負荷が小さくなることに精度が落ちること、④遅延時間に対してはいずれの場合も高い精度を得ること、などを明らかにした。

ITU-T Y.1541 勧告[11]では、ネットワークのエンドーエンドパケット損失率 (IP packet loss ratio: IPLR) を 10^{-3} 以下とする推奨をしている。エンドーエンド間で光パケット交換機が最大 100 台あるとすると、1 台の交換機に要求される IPLR は 10^{-5} 以下となる。したがって、光パケット交換機的设计に際しては、パケット廃棄率 10^{-5} 以下を目標とすべきである。

一方、光スイッチ技術に目を向けると、将来には最大 100 ポートの光ファイバ遅延線バッファは実現されると思われるが、100 ポート程度の光バッファでは負荷が重い場合パケット損失を十分に低く抑えることは困難である。したがって、全光ネットワークは、パケット損失を低く抑えるために 0.5 以下の低い負荷状態で運営さえるであろう。

本論文は、前報告の結果において示された問題点を克服することに主眼がある。すなわち、一般分布パケット長に対して、負荷 ρ が小さい場合においても高い精度となる近似式を得ることを目的としている。特に本論文では、既発表[12]の内容を理解しやすい形に整理するとともに、その利用方法を詳しく言及する。

従来、定常状態にある仮想待ち時間 w に対して $P(x > w) = W(x)$ で定義される分布関数を、 $W_A(x) = 1 - Ce^{-\gamma x}$ で近似することが行われている[12-16]。この近似は、裾野が短いサービス時間分布 (short tail service-time distributions) においてのみ有効である。ここで、裾野が短いサービス時間分布とは、 $x \rightarrow \infty$ のとき $e^{\gamma x} [1 - P(x > w)] \rightarrow 0$ となる γ が存在する分布で定義される[16]。この近似の場合、減衰率 η を $(1 - \rho)$ で展開する解析が報告されている[14-15]。本論文では、その漸近展開解析を適用することにより、負荷が小さい場合でも精度のよい近似式を得ている。

2. モデルと定理

本論文で導出するパケット廃棄率と遅延の近似式は、文献[6]および前報告[9,10]の結果に基づくものである。したがって、本節ではそれらの論文にて記載された定義と得られた定理を簡潔に記述する。

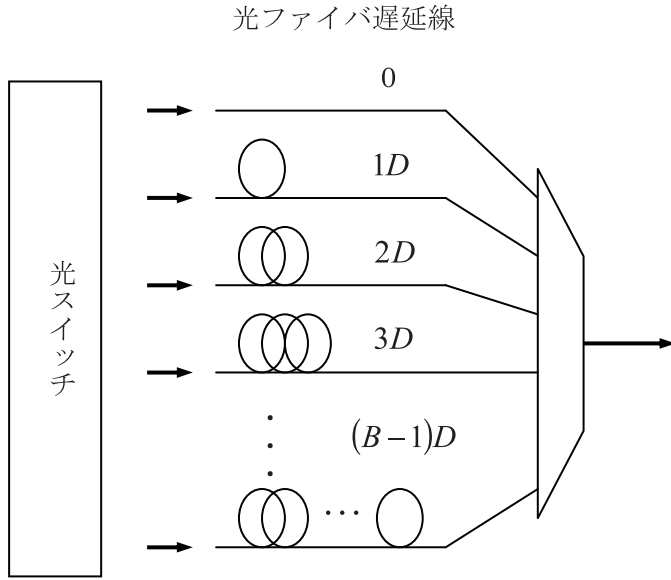


図 1. 光ファイバ遅延線による光バッファ

2.1 モデル

待ち行列となる出力バッファに FDL を利用する構成を、図 1 に示す。1つの出力に対して光パケットの衝突を回避するため、 B 本の FDL を選択できる構成で、 i 番目の FDL は $(i-1)D$ 、 $1 \leq i \leq B$ の

遅延を生じる。ここで、 D は時間粒度であり、光ファイバの長さ単位を L とすると、 $D = nL/c$ 、 n : 光ファイバの実効屈折率、 c : 真空中の光速である。したがって、この光バッファでは、 $0, 1D,$

$2D, \dots, T = (B-1)D$ の離散的

な遅延時間となる到着順処理 (first come first service : FCFS) が行われる。 $T = (B-1)D$ 以上の遅延時間が必要となるパケットは破棄される。

一般的には、到着したパケットが、少なくとも w の待ち時間が必要なとき、このパケットは次のように処理される。

- (1) $(i-1)D \leq w < iD$ のとき、 $(i+1)$ 番目の FDL に転送される。このとき、先頭には

$$\tau = iD - w, \quad \left\lceil \frac{w}{D} \right\rceil = i, \quad (1)$$

の空期間 (void period) τ が付加される。ここで、 $\lceil x \rceil$ は、 x を超える最小整数を意味する。

- (2) $T = (B-1)D < w$ のとき、廃棄される。

パケットが光バッファを経由する(1)の場合、空期間が付加される分、交換機にかかるパケット負荷は実際の負荷より過剰となる。空期間は、光バッファが空のとき到着するパケットには付加されないが、光バッファにパケットが蓄積されているときには付加される。そこで、空期間を含めたパケットをあらたに「**ぱけっと**」という名称で定義する。すなわ

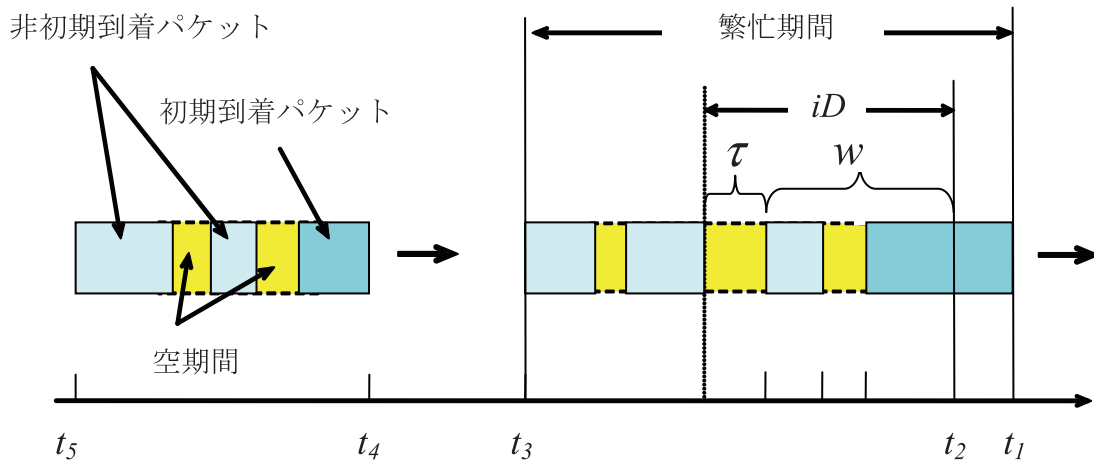


図 2. 光バッファにおける光パケット流の例

ち、**ぱけつ**とは、

- ① 光バッファが空のとき到着するパケット. これを、**初期到着パケット** (first arrival packets) と呼び、空期間を持たない.
- ② 光バッファにパケットが蓄積されているとき到着するパケット. これを、**非初期到着パケット** (non-first arrival packets) と呼び、空期間を含んだ長さとなる.

の 2 種類のパケットがある.

図 2 は、光バッファの出口から流出される光パケットの例を示す. 図では、光パケットは左から右に流出され、パケット流の頭は右側となる. t_1 に出力するパケットは初期到着パケットであり、空期間を持たない. 先頭から 3 番目のパケットは、光バッファに到着した t_2 のとき待ち時間 w の必要があるので、式(1)で表される空期間 τ がパケット先頭に付加される. 4 番目パケットが t_3 で出力されると、光バッファは空となる. 図の右側にある 4 個のパケットで構成される**繁忙期間** (busy period) は、したがって t_1 から t_3 までとなる.

つぎに、 t_4 で新たに初期到着パケットが到着し、新しい繁忙期間が始まる.

2.2 無限長光バッファの理論

本論文に利用する確率変数と定理について、前報[10]に従い、簡潔に記述する. 最初に無限長光バッファの場合、すなわち $B \rightarrow \infty$ の場合であり、パケット廃棄はない.

λ : ポアソン入力における到着率.

s_0 : 実パケット長.

$g_0(x)$: s_0 の確率密度関数 (pdf : probability density function).

$G_0(x)$: s_0 の累積分布関数 (CDF : Cumulative Distribution Function).

$$\bar{s}_0 : \text{平均パケット長, したがって, } \bar{s}_0 = \int_0^{\infty} x g_0(x) dx. \quad (2)$$

ρ : 光パケットの負荷, したがって, $\rho = \lambda \bar{s}_0$.

$l(x)$, $L(x)$: τ の確率密度関数 (pdf) と蓄積分布関数 (CDF).

s_v : 非初期到着パケットの実効パケット長, したがって, $s_v = s_0 + \tau$.

$g(x)$, $G(x)$: s_v の確率密度関数 (pdf) と蓄積分布関数 (CDF), したがって,

$$g(x) = g_0(x) \otimes l(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} g_0(x-y) l(y) dy. \quad (3)$$

ここで, \otimes は畳み込み積分 (convolution integral) である.

\bar{s}_v : 非初期到着パケットの平均パケット長, したがって,

$$\bar{s}_v = \int_0^{\infty} x g(x) dx = \bar{s}_0 + \bar{\tau} = \bar{s}_0 + \frac{D}{2}. \quad (4)$$

$v(x)$: **ぱけつと** の仮想待ち時間 x における確率密度関数 (pdf).

$V(x)$: **ぱけつと** の仮想待ち時間 x に対する蓄積分布関数 (CDF).

Q : 光バッファが繁忙期間にないとき, すなわち空のときの確率.

$\rho_{eq} = 1 - Q$: **ぱけつと** に対する等価負荷で, 空期間を負荷に取り込んだもの.

システムが定常状態 (steady-state) にあると仮定して, 次の定理が得られている [6,9].
等価負荷と実負荷は次式の関係となる.

$$\rho_{eq} = \frac{\rho}{1 - \frac{D}{2\bar{s}_0} \rho} \quad (5)$$

システムが安定状態にあるとき, すなわち $\rho_{eq} < 1$ のとき, $v(x)$ のラプラス変換 $v^*(\theta)$ は次式となる.

$$v^*(\theta) = \frac{\lambda Q[1 - g_0^*(\theta)]}{\theta - \lambda[1 - g^*(\theta)]} \quad (6)$$

ここで、 $g_0^*(\theta)$ 、および $g^*(\theta)$ は、それぞれ $g_0(x)$ 、および $g(x)$ のラプラス変換である。式(6)は、M/G/1 システムにおけるポラツェック・ヒンキン変換方程式 (the Pollaczek-Khinchin transform equation) に対応する。分母が θ のべき乗であらわせるのであれば、逆変換のためには因数分解できることが望ましい。

2.3 有限光バッファの理論

有限長光バッファでは、仮想待ち時間 x が最大許容遅延時間である $T = (B-1)D$ を超えると、**ばけつ**とは廃棄される。あらためて、**ばけつ**を分類すると、次の3種類となる。

- (i) 初期到着パケット；バッファは空であるので $x=0$ であり、通過パケットである、
- (ii) 非初期到着パケットでかつ通過パケット、すなわち $0 < x \leq T$ 、
- (iii) 非初期到着パケットでかつ廃棄されるパケット、 $T < x$ 。

有限長光バッファにおける関数を、以下のように、下付 T を添えて無限長光バッファのそれらと区別する。廃棄された**ばけつ**とはバッファ内に存在しないことが、無限長バッファモデルとの違いである。

\bar{w}_T ：通過した実パケットのみ、すなわち(i)と(ii)、を対象とし、空期間を含まない平均遅延時間、

P_B ：到着全パケットに対する閉塞確率、およびパケット廃棄率、損失率、

$\rho_{eq} < 1$ のとき、通過する実パケットのみの平均遅延時間は次式となる。

$$\bar{w}_T = T - \int_0^T \frac{V(x)}{V(T)} dx + \frac{D}{2} \left[1 - \frac{Q}{V(T)} \right] \quad (7)$$

ここで、右辺の第三項は通過**ばけつ**の空期間により生じた遅延であり、これはタイプ(ii)**ばけつ**の packets 長延長分である。

$\rho_{eq} < 1$ のとき、パケット廃棄率は $T = (B-1)D$ における無限長光バッファの仮想待ち

時間 CDF の値 $V(T)$ の関数として、次式で与えられる。

$$P_B = \frac{(1 - \rho')[1 - V(T)]}{1 - \rho'[1 - V(T)]} \quad (8)$$

ここで、次式で定義される**擬似負荷** (quasi-load) [9]を用いた。

$$\rho' \equiv \lambda \left(\bar{s}_0 + \frac{D}{2} \right) = \rho \left(1 + \frac{D}{2\bar{s}_0} \right) \quad (9)$$

3. 近似解法

式(8)を用いて廃棄率を計算するには、 $V(T)$ の値が必要である。すなわち無限長バッファモデルにおける仮想待ち時間分布を、待ち時間 x の関数形で求める必要がある。この関数は式(6)の $v^*(\theta)$ をラプラス逆変換して求められるが、実際のところラプラス逆変換で求められる関数形はきわめて限られている。

このため、前報告[10]では、客が到着した時点での仮想待ち時間 w が x 以下である確率 $P(x > w) \equiv W(x)$ を次式で近似した。

$$W_A(x) = 1 - Ce^{-\eta x} \quad (10)$$

ここで、 η を減衰率 (decay rate)、 C を定数 (constant) と呼ぶ。式(10)は、 x が非常に大きく、負荷 ρ が重い (1 に近い) 場合にはよい近似であることが明らかにされている [13-15]。もし、

$$W(x) \approx W_A(x)$$

であるならば、

$$W_A(0) = 1 - C = 1 - \rho \quad (11)$$

より、平均待ち時間 \bar{w} を用いて、

$$C = \rho, \quad \eta = \frac{\rho}{\bar{w}} \quad (12)$$

を得る。そこで、前報告[10]では、式(6)の解として次式で近似した。

$$V(x) = 1 - \rho_{eq} \exp \left[- \frac{2(1-\rho') x}{1 + C_g^2 \frac{x}{\bar{s}_v}} \right] \quad (13)$$

ここで、 C_g^2 は非初期到着パケットのパケット長分散 (variance) をその平均 \bar{s}_v の二乗で規格化したものである。すなわち、

$$C_g^2 = \left(\langle s_v^2 \rangle - \bar{s}_v^2 \right) / \bar{s}_v^2, \quad (14)$$

である。ここで、 $\bar{s}_v = \bar{s}_0 + D/2 = \rho'/\lambda$ である。

3.1 減衰率 η の漸近解析

式(6)に示す $v^*(\theta)$ のラプラス逆変換を求める近似解法として、減衰率 η を $(1-\rho)$ で漸近展開して近似する方法が知られている[15-17]. 式(6)の分母が θ の有理関数であり θ で因数分解できれば、分母=0における負の根が $-\eta$ ($\eta > 0$)である. このため、以下では $\theta - \lambda[1 - g^*(\theta)] = 0$ における負の根、すなわち $-\rho - \lambda[1 - g^*(-\rho)] = 0$ を $(1-\rho)$ で漸近展開して求めることにする.

$g^*(\theta)$ は、非初期到着パケットの実効パケット長に対する確率密度関数 $g(x)$ のラプラス変換であるため、次式の展開が得られる.

$$\begin{aligned} g^*(-\eta) &= \int_0^{\infty} e^{\eta x} g(x) dx \\ &= 1 + \frac{M_1}{1!} \eta + \frac{M_2}{2!} \eta^2 + \dots + \frac{M_n}{n!} \eta^n + \dots \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 M_n は確率密度関数 $g(x)$ の n 次モーメントであり、

$$M_n \equiv \int_0^{\infty} x^n g(x) dx \quad (16)$$

で定義される. たとえば、1次モーメントは非初期到着パケットの平均パケット長であり、

$$M_1 = \bar{s}_v = \bar{s}_0 + \frac{D}{2} \quad (17)$$

となり、2次モーメントは次式となる.

$$M_2 = \bar{s}_v^2 (1 + C_g^2) \quad (18)$$

$$\text{上式を } -\eta - \lambda[1 - g^*(-\eta)] = 0 \text{ に代入すると, } -\eta - \lambda \left[1 - 1 - \frac{M_1}{1!} \eta - \frac{M_2}{2!} \eta^2 - \dots \right] = 0$$

より

$$\begin{aligned} 1 - \rho' &= \lambda \left[\frac{M_2}{2!} \eta + \frac{M_3}{3!} \eta^2 + \dots + \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \eta^n + \dots \right] \\ &= \rho' \left[\frac{M_2}{2! \bar{s}_v} \eta + \frac{M_3}{3! \bar{s}_v} \eta^2 + \dots + \frac{M_{n+1}}{(n+1)! \bar{s}_v} \eta^n + \dots \right] \end{aligned} \quad (19)$$

を得る. ここで, 式(9), (17), および $\rho' = \lambda \bar{s}_v$ を用いた. 式(19)は, 漸近減衰率は実負荷 ρ ではなく擬似負荷 ρ' の展開式であらわされることを意味する. $(1 - \rho')$ の展開式を求めるため,

$$\begin{aligned} A &= \frac{M_2}{2! \bar{s}_v} \eta + \frac{M_3}{3! \bar{s}_v} \eta^2 + \dots + \frac{M_{n+1}}{(n+1)! \bar{s}_v} \eta^n + \dots \\ &= b_1 \eta + b_2 \eta^2 + \dots + b_n \eta^n + \end{aligned} \quad (20)$$

とおく. ここで,

$$b_n = \frac{M_{n+1}}{(n+1)! \bar{s}_v} \quad (21)$$

である. 式(19)より $1/\rho' - 1 = A$ となり, 次式を得る.

$$1 - \rho' = \frac{A}{1 + A} \quad (22)$$

$\eta, A < 1$ として上式を A で, さらに η で展開してその 4 次項までをまとめると次式を得る.

$$\begin{aligned} 1 - \rho' &= A - A^2 + A^3 - A^4 + \dots \\ &= b_1 \eta + (b_2 - b_1^2) \eta^2 + (b_3 - 2b_1 b_2 + b_1^3) \eta^3 \\ &\quad + [b_4 - (2b_1 b_3 + b_2^2) + 3b_1^2 b_2 - b_1^4] \eta^4 + O(\eta^5) \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)は, $1 - \rho'$ が η の多項式として表されているが, 文献[18] (付録 A に記載する) により逆変換すると, 次式のように η が $1 - \rho'$ の多項式として表される.

$$\eta = a_1 (1 - \rho') + a_2 (1 - \rho')^2 + a_3 (1 - \rho')^3 + a_4 (1 - \rho')^4 + O((1 - \rho')^5) \quad (24)$$

ここで, 各係数は次式である.

$$a_1 = \frac{1}{b_1} = \frac{2\bar{s}_v}{M_2} = \frac{2}{(1 + C_g^2) \bar{s}_v} \quad (25)$$

$$a_2 = -\frac{b_2 - b_1^2}{b_1^3} \quad (26)$$

$$a_3 = \frac{2(b_2 - b_1^2)^2 - b_1(b_3 - 2b_1 b_2 + b_1^3)}{b_1^5}$$

$$= \frac{1}{b_1^5} (2b_2^2 - 2b_2b_1^2 + b_1^4 - b_1b_3) \quad (27)$$

$$a_4 = \frac{1}{b_1^7} \left[5b_1(b_2 - b_1^2)(b_3 - 2b_1b_2 + b_1^3) \right. \\ \left. - b_1^2(b_4 - b_2^2 - 2b_1b_3 + 3b_1^2b_2 - b_1^4) - 5(b_2 - b_1^2)^3 \right] \\ = \frac{1}{b_1^7} (5b_1b_2b_3 + 6b_1^2b_2^2 + b_1^6 - 3b_1^4b_2 - 3b_1^3b_3 - b_1^2b_4 - 5b_2^3) \quad (28)$$

式(24)において、右辺第1項から第n項までを含み、第n+1項以下を切り捨てた近似式を、以下ではn次近似式と呼ぶこととする。

式(24)の1次近似式が、前報告[10]の近似解である。したがって、前報告では漸近減衰率の第1項を与えたこととなる。

3.2 定数 C の漸近解析

定数 C の近似値としては、 $x \rightarrow 0$ の解と $x \rightarrow \infty$ の解の二つが考えられる。前報告[10]では、式(13)に示すように、

$$C(x \rightarrow 0) = \rho_{eq} \quad (29)$$

を求めた。

一方、 $x \rightarrow \infty$ の解として、漸近定数

$$C(x \rightarrow \infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\eta x} P(w > x) \equiv \alpha \quad (0 < \alpha < 1) \quad (30)$$

が求められている[16]。漸近定数は、式(6)をラプラス逆変換すると得られる定数であり、

$\theta - \lambda[1 - g^*(\theta)] = 0$ の負の根、すなわち式(24)の漸近減衰率 η の負数における式(6)の留数

(residue)である。これは、 $V(x)$ の補完分布関数(complementary distribution function)

$V^c(x) = 1 - V(x)$ のラプラス変換を $V^{c*}(\theta)$ としたとき、すなわち

$$V^{c*}(\theta) = \frac{1 - v^*(\theta)}{\theta} \quad (31)$$

のとき

$$\alpha = \lim_{\theta \rightarrow -\eta} (\theta + \eta) V^{c*}(\theta) \quad (32)$$

より得られる[16]。

式(6)を用いると、式(32)は

$$\alpha = \frac{\lambda Q [1 - g_0^*(-\eta)]}{\eta \left[1 + \lambda g_0^*(-\eta) \right]} \quad (33)$$

を得る. ここで, $g^*(\theta)$ は θ による一階微分であり, η で漸近展開して近似的に

$$g^*(-\eta) = - \left\{ M_1 + \frac{M_2}{1!} \eta + \frac{M_3}{2!} \eta^2 + \dots + \frac{M_{n+1}}{n!} \eta^n + \dots \right\} \quad (34)$$

で得ることができる. また, $g_0^*(-\mu)$ は分布関数ごとに求められ, 次式となる.

(1) 指数関数分布

$$g_0^*(-\eta) = \frac{1}{1 - \bar{s}_0 \eta}. \quad (35)$$

(2) 固定長分布

$$g_0^*(-\eta) = e^{\bar{s}_0 \eta}. \quad (36)$$

(3) 均一分布

$$g_0^*(-\eta) = \frac{1}{2\bar{s}_0 \eta} (e^{2\bar{s}_0 \eta} - 1). \quad (37)$$

3.3 平均遅延時間の漸近解析

漸近減衰率と漸近定数を用いて, 式(7)の平均遅延時間を求めると

$$\bar{w}_T = T \left[1 - \frac{1}{V(T)} \right] + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{D}{2} \right) \left[1 - \frac{Q}{V(T)} \right], \quad (38)$$

となる. ここで, C として式(29)を用いた.

もし, 端末分布 $\rho_{eq} e^{-\eta T}$ は十分小さいとして次式の漸近展開を用いると

$$\frac{1}{V(T)} \approx 1 + \rho_{eq} e^{-\eta T}, \quad (39)$$

式(38)から次式を得る.

$$\bar{w}_T \approx \rho_{eq} \left(\frac{1}{\eta} + \frac{D}{2} \right) - \rho_{eq} e^{-\eta T} \cdot T \quad (40)$$

式(40)における右辺第1項は, 無限長バッファモデルにおける平均遅延時間を示し, $D/2$

表 1. 非初期到着パケットに対するサービス時間分布のモーメント

モーメント	指数関数分布	均一分布	固定長分布
M_1	$1 + \frac{D}{2}$	$1 + \frac{D}{2}$	$1 + \frac{D}{2}$
M_2	$2 + D + \frac{D^2}{3}$	$\frac{4 + 3D + D^2}{3}$	$1 + D + \frac{D^2}{3}$
M_3	$6 + 3D + D^2 + \frac{D^3}{4}$	$2 + 2D + D^2 + \frac{D^3}{4}$	$\frac{(1 + D)^4 - 1}{4D}$
M_4	$24 + 12D + 4D^2 + D^3 + \frac{D^4}{5}$	$\frac{16}{5} + 4D + \frac{8D^2}{3} + D^3 + \frac{D^4}{5}$	$\frac{(1 + D)^5 - 1}{5D}$
M_5	$120 + 60D + 20D^2 + 5D^3 + D^4 + \frac{D^4}{6}$	$\frac{(2 + D)(4 + 2D + D^2)^2}{6}$	$\frac{(1 + D)^6 - 1}{6D}$

分時間が延長されている。右辺第 2 項は、確率 $\rho_{eq} e^{-\eta T}$ で存在する廃棄パケットのすべての遅延時間が T であるとして、廃棄パケットが寄与する遅延時間を引いた項である。したがって、式(40)は、廃棄パケットを除外した平均遅延時間で求められている。

4. 数値例

4.1 漸近解析の精度

漸近減衰率，漸近定数を用いてパケット廃棄率の近似計算を求め，シミュレーション結果と比較してその精度の確認を行う。数値例では，平均パケット長である \bar{s}_0 を時間単位，すなわち $\bar{s}_0 = 1$ とした。各非初期到着パケットのパケット長分布におけるモーメントを D の関数として表 1 に示す。 M_1 は平均パケット長であるので，すべて同じ $1 + D/2$ となる。

式(24)～(28)で求めた漸近減衰率 η の計算例を，表 2 に示す。 $D = 0.3$ としたもので，負荷 ρ が約 0.87 で $\rho_{eq} = 1$ となる。指数関数，均一，固定長分布ともに 1 次近似，2 次近似，および 4 次近似式の結果を示した。

指数関数分布の場合，近似次数をあげても減衰率に大きな変化はない。たとえば， $\rho = 0.3$ のとき，1 次近似値と 4 次近似値の違いは 0.8% である。また， $\rho = 0.8$ では，その違いは 0.1% 以下である。すなわち，指数関数分布の場合では，1 次近似式ですでによい近似が得られている。仮想待ち時間の蓄積分布関数 (CDF) を指数関数で近似したが，当

表 2. $D = 0.3$ のときにおける漸近減衰定数 η の計算値

ρ	指数関数			均一分布			固定長分布		
	一次	二次	四次	一次	二次	四次	一次	二次	四次
0.1	0.8736	0.8828	0.8837	1.2238	1.4974	1.7740	1.5305	1.9769	2.4098
0.2	0.7601	0.7671	0.7676	1.0647	1.2719	1.4447	1.3316	1.6695	1.9401
0.3	0.6466	0.6517	0.6520	0.9057	1.0556	1.1563	1.1327	1.3772	1.5348
0.4	0.5330	0.5365	0.5366	0.7467	0.8486	0.9018	0.9338	1.1001	1.1833
0.5	0.4195	0.4217	0.4217	0.5877	0.6508	0.6752	0.7350	0.8379	0.8761
0.6	0.3060	0.3071	0.3071	0.4287	0.4622	0.4711	0.5361	0.5909	0.6047
0.7	0.1925	0.1929	0.1929	0.2696	0.2829	0.2850	0.3372	0.3590	0.3621
0.8	0.0790	0.0790	0.0790	0.1106	0.1129	0.1130	0.1383	0.1420	0.1422

然この関数はパケット長の指数関数分布と整合がよい. このため, 指数関数分布では近似精度が高いと考えられる.

一方, 固定長分布の場合, 近似次数をあげると減衰率は大きくなるとともに, その大きくなる割合は次数があがるごとに, および負荷が重くなるとともに小さくなる. たとえば, $\rho = 0.3$ で 1 次近似値と 2 次近似値の違いは 15%, 2 次近似値と 4 次近似値の違いは 10% である. また, $\rho = 0.8$ で 1 次近似値と 2 次近似値の違いは 2.6%, 2 次近似値と 4 次近似値の違いは 0.14% である. すなわち, 次数を上げることによりおよび負荷が重くなると値は収束することから, 近似精度が向上すると予測できる. 固定長分布を指数関数にて展開したとき, 高次の項において展開係数は大きな値で残留する. このことが, 収束するためには高次項まで必要とする理由であると考えられる.

均一分布では, 指数関数分布と固定長分布の中間的な数値結果となっている.

表 3 は定数 C として計算した ρ_{eq} と漸近定数 α を示す. α の計算には式(33)-(37)を用い,

指数関数, 均一, 固定長分布ともに $g^*(-\eta)$ の漸近展開における 1 次近似, 2 次近似, お

表 3. $D = 0.3$ のときにおける ρ_{eq} と漸近定数 α

ρ	ρ_{eq}	指数関数分布			均一分布			固定長分布		
		一次	二次	四次	一次	二次	四次	一次	二次	四次
0.1	0.102	-1.04	-1.89	2.85	-0.357	-0.960	0.699	-0.312	-0.884	0.624
0.2	0.206	-1.59	-784	0.826	-0.889	5.04	0.511	-0.799	3.89	0.478
0.3	0.314	-2.87	2.39	0.622	-2.04	1.47	0.516	-1.88	1.32	0.499
0.4	0.426	-11.4	1.37	0.587	-9.34	1.07	0.563	-8.80	1.00	0.555
0.5	0.541	6.21	1.05	0.616	5.55	0.927	0.633	5.32	0.891	0.632
0.6	0.659	2.50	0.929	0.686	2.36	0.879	0.719	2.30	0.861	0.721
0.7	0.782	1.58	0.896	0.788	1.55	0.885	0.818	1.52	0.878	0.820
0.8	0.909	1.18	0.931	0.909	1.17	0.936	0.923	1.16	0.935	0.925

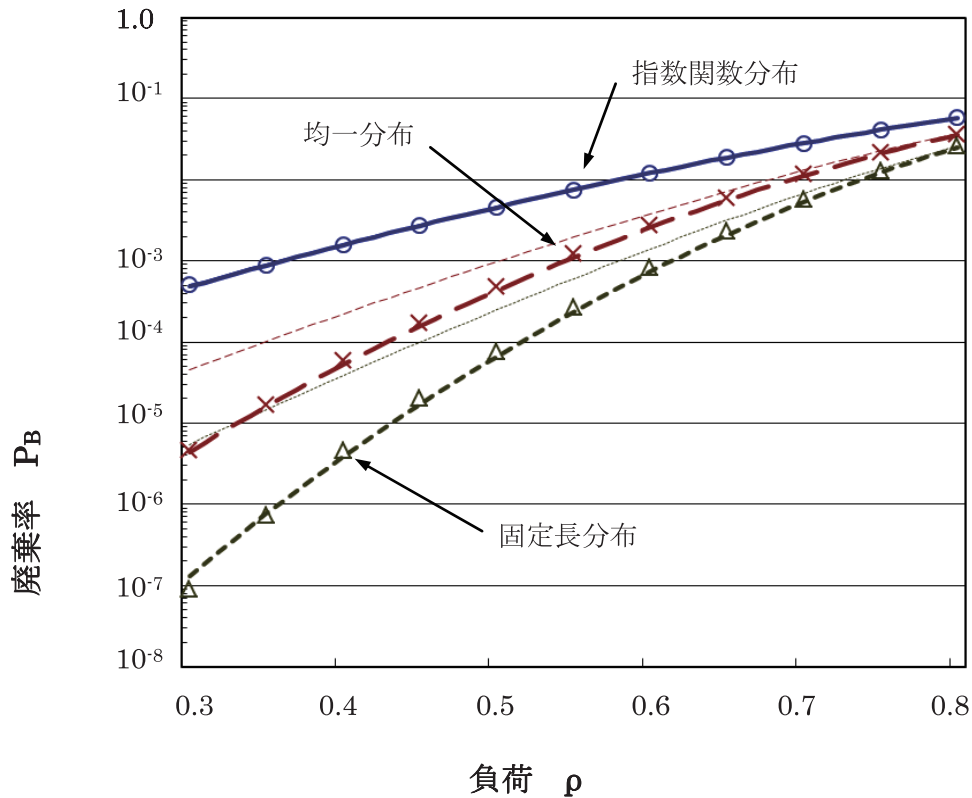


図 3. $B = 32$ 、 $D = 0.3$ における廃棄率

(実線はパケット長分布が指数関数分布，破線は均一分布，および点線は固定長分布の場合の近似計算結果で，太線，細線は1次近似，4次近似をそれぞれ示す．丸，バツ，三角の各印はそれぞれシミュレーション結果を示す．

および4次近似式の結果を示した．すべての分布において，負荷が重くなるほど，次数が上がるほど α の計算値は ρ_{eq} に近づく．負荷が軽く，近似次数が低い場合には， α は負の値

や1以上の値となっており， $0 < \alpha < 1$ という定義範囲を超えている． $g^*(-\eta)$ の漸近展開における近似精度が悪いためである．式(34)の漸近展開では4次近似式においても十分な精度が得られないと判断できる．したがって，廃棄率などの計算には，定数Cの近似値として ρ_{eq} を用いることとする．

図3に負荷に対する廃棄率計算結果を示す．シミュレーション結果との比較をするため， $B = 32$ ， $D = 0.3$ とした． $V(x)$ には式(10)の $W_A(x)$ を用い，減衰率は式(24)の η を，定数には式(29)の ρ_{eq} を用いた．実線はパケット長が指数関数分布，破線は均一分布，および点線は固定長分布の計算値を示し，細線は前報[10]での1次近似，太線は4次近似計算結

表 4. $B = 32$ 、 $D = 0.3$ における廃棄率の計算

計算方法	指数関数分布		均一分布		固定長分布	
	$\rho = 0.3$	$\rho = 0.6$	$\rho = 0.3$	$\rho = 0.6$	$\rho = 0.3$	$\rho = 0.6$
シミュレーション	5.1×10^{-4}	0.012	4.6×10^{-6}	2.8×10^{-3}	9.0×10^{-8}	8.4×10^{-4}
一次	5.0×10^{-4}	0.012	4.5×10^{-5}	3.8×10^{-3}	5.5×10^{-6}	1.4×10^{-3}
二次	4.8×10^{-4}	0.012	1.1×10^{-5}	2.8×10^{-3}	5.6×10^{-7}	8.4×10^{-4}
三次	4.8×10^{-4}	0.012	6.0×10^{-6}	2.6×10^{-3}	2.1×10^{-7}	7.5×10^{-4}
四次	4.8×10^{-4}	0.012	4.4×10^{-6}	2.6×10^{-3}	1.3×10^{-7}	7.4×10^{-4}

果を示す。丸、バツ、三角の各印は、シミュレーション結果である。シミュレーションプログラムは、付録 B にて説明している。シミュレーションは 10^8 個パケットで行ったため、廃棄率の結果は 10^{-8} 以上に制限されている。

均一分布と固定長分布においては、1 次近似式の計算結果と比較して、4 次近似計算結果は精度が大幅に改善されている。均一分布では 0.3 から 0.8 までの負荷に対して、10% 以内の精度を得ている。また、固定長では 0.4 以上の負荷で同じく 15% 以内の精度を得ている。負荷 0.3 ではその差が 45% で、十分な精度とは言えないが、1 次近似結果より大幅

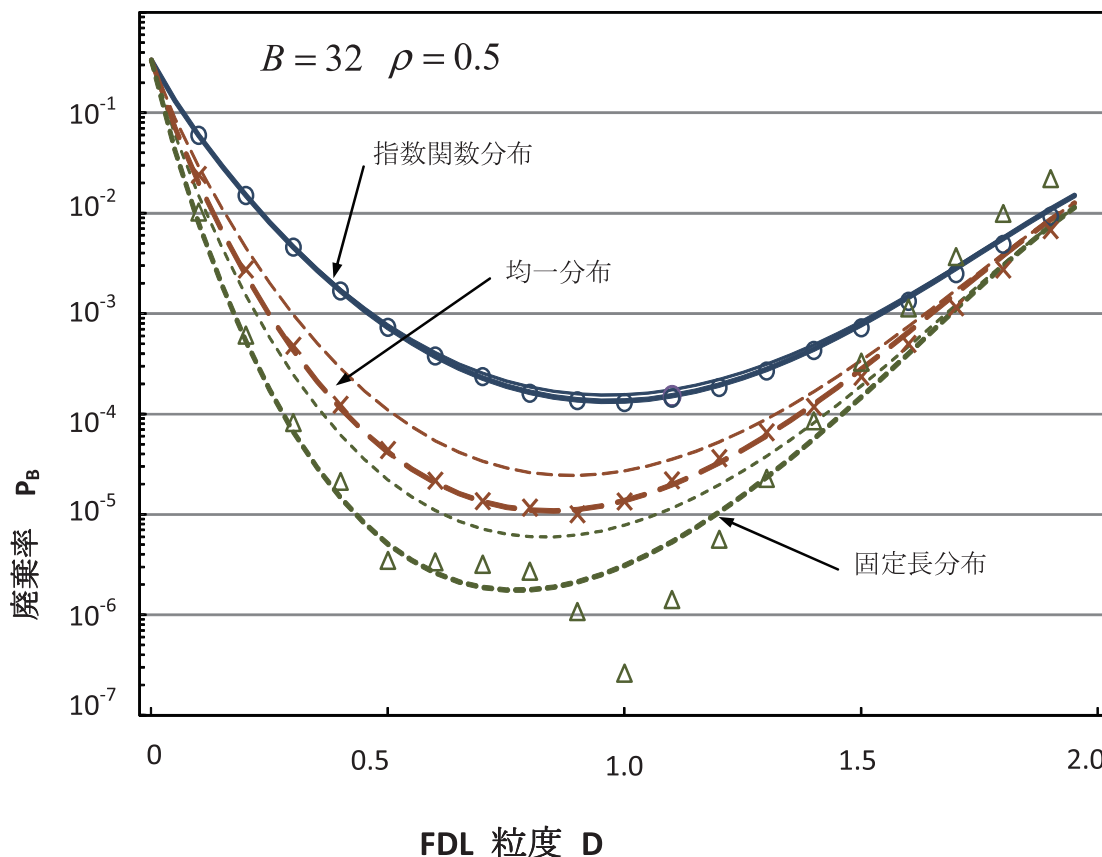


図 4. $B = 32$ および $\rho = 0.5$ における廃棄率

(各線と記号の意味は、図 3 と同様である)

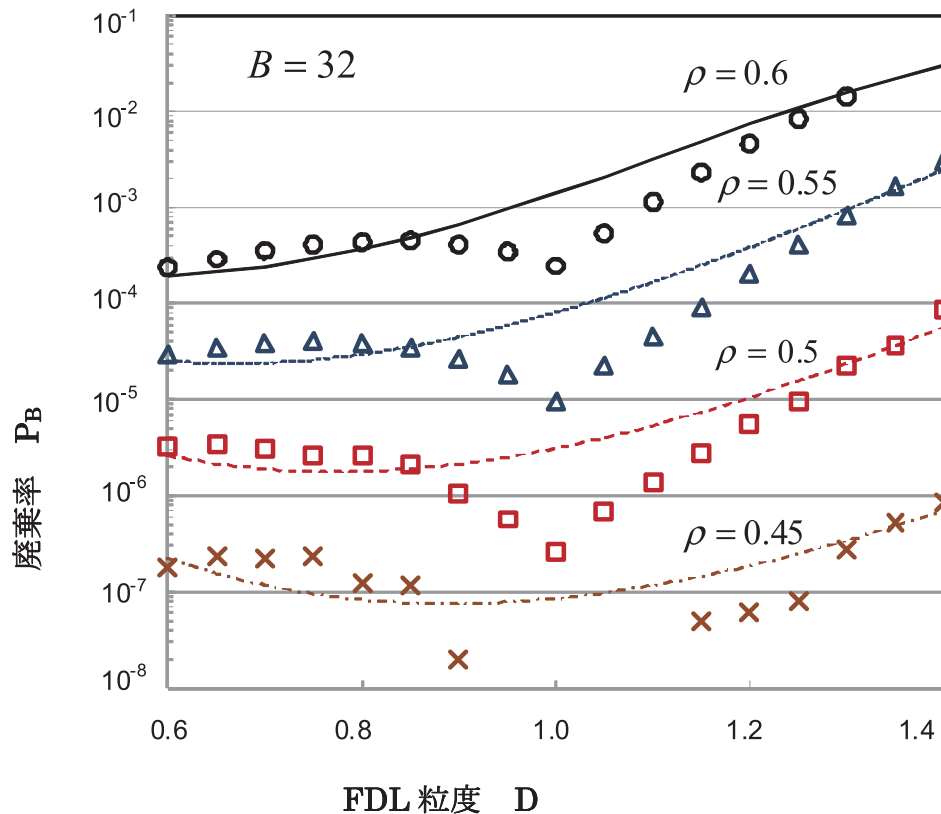


図 5. $D=1.0$ 周辺における固定長分布パケットの廃棄率.

(ここで $B=32$, $\rho=0.45 \sim 0.6$ とした. 各線は 4 次近似計算結果, 各印はシミュレーション結果をそれぞれ示す.)

に改善されている。

表 4 に近似次数に対する廃棄率の計算結果を示す. 指数関数分布では, 1 次近似計算ですでに精度のよい結果を得ており, 次数による変化は小さい. 一方, 固定長分布では近似次数による変化は大きく, 負荷が 0.3 においては 4 次近似計算値は 1 次近似値の約 1/40 である. 負荷 0.4 以下で十分な精度を得るためには, 次数を上げる必要がある.

$B=32$, $\rho=0.5$ としたとき, FDL 粒度 D に対する廃棄率を図 4 に示す. D を 0.0 から 2.0 まで変化させたが, 安定条件 $\rho_{eq} < 1$ により, FDL 粒度 D には, そもそも次式の制限がある.

$$D/\bar{s}_0 < 2(1/\rho - 1) \quad (41)$$

$\rho=0.5$ のとき最大 D は 2.0 である. 各線と各印は, 図 3 と同じ意味である.

指数関数分布と均一分布では, 4 次近似で再度良い精度が得られている. シミュレーション結果との差は, 10%以内である. しかしながら, 固定長分布の場合, それらの差は比較的大きく, とくに $D=1$ 周辺が顕著である. $D=1$ というのは, FDL 粒度が固定パケット長と一致する大きさである. $D=1$ 周辺を除く, すなわち D が 0.5 から 0.8 までと 1.3 から 1.5 まででは, それらの差は 60%以内である.

図 5 は、 $D=1$ 周辺における固定長分布の廃棄率を詳細に示している。 $D=1$ でシミュレーション結果は最小値を持ち、4 次近似計算結果の約 1/10 にある。FDL 粒度が固定パケット長と一致すると、非同期到着過程にもかかわらず、光バッファにおけるパケット遅延がパケット長と同期して廃棄率が大きく減少するように思われる。この場合には、式(10)による仮想待ち時間の指数関数近似が適用できない。しかしながら、 $D=0.85 \sim 1.25$ を除けば、4 次近似とシミュレーション計算結果の差は 60% 以内にある。

4.2 実トラヒックへの応用

ITU-T Y.1541 (Network performance objectives for IP-based services : IP ネットワークでのパケット転送品質)では、端末間における IP パケットの損失率目標値が規定されている。音声転送を想定したクラス 0 からビデオ転送を想定したクラス 4 まで、すべて 10^{-3} 以下としている。端末間にパケットを転送するためにネットワークにおいて通過する交換機を最大で 100 台であると仮定すると、端末間におけるパケット損失目標値に対して、1 台のパケット交換機に要求される損失率の目標値は 10^{-5} 以下となる。光バッファは、FDL が有限長である限りパケット損失は避けられないが、図 3 を見ても理解されるように、低い負荷でないと 10^{-5} 以下を実現することは困難である。

インターネットで転送される現実の IP パケットでは、40, 552, 576, 1500 バイトなど特定パケット長のものが圧倒的である[19-21]。実際の IP ネットワークを模擬するには、複数個の特定パケット長のみで転送パケットが構成されていると考える必要がある。

n 個の特定パケット長をそれぞれ s_i ($i=1,2,\dots,n$)、それぞれの到着率を λ_i ($i=1,2,\dots,n$)

とおく。密度分布関数は

$$g_0(x) = \sum_{i=1}^n p_i \delta(x - s_i) \quad (42)$$

となる。ここで

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} = \frac{\lambda_i}{\lambda}, \quad \lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \quad \text{であり} \quad (43)$$

$$\bar{s}_0 = \sum_{i=1}^n p_i s_i = \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i s_i}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda}, \quad \rho \equiv \sum_{i=1}^n \lambda_i s_i \quad (44)$$

である。さらに

$$g(x) = \sum_{i=1}^n p_i l(x - s_i) \quad (45)$$

$$M_2 = \sum_{i=1}^n p_i \left(s_i + \frac{D}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

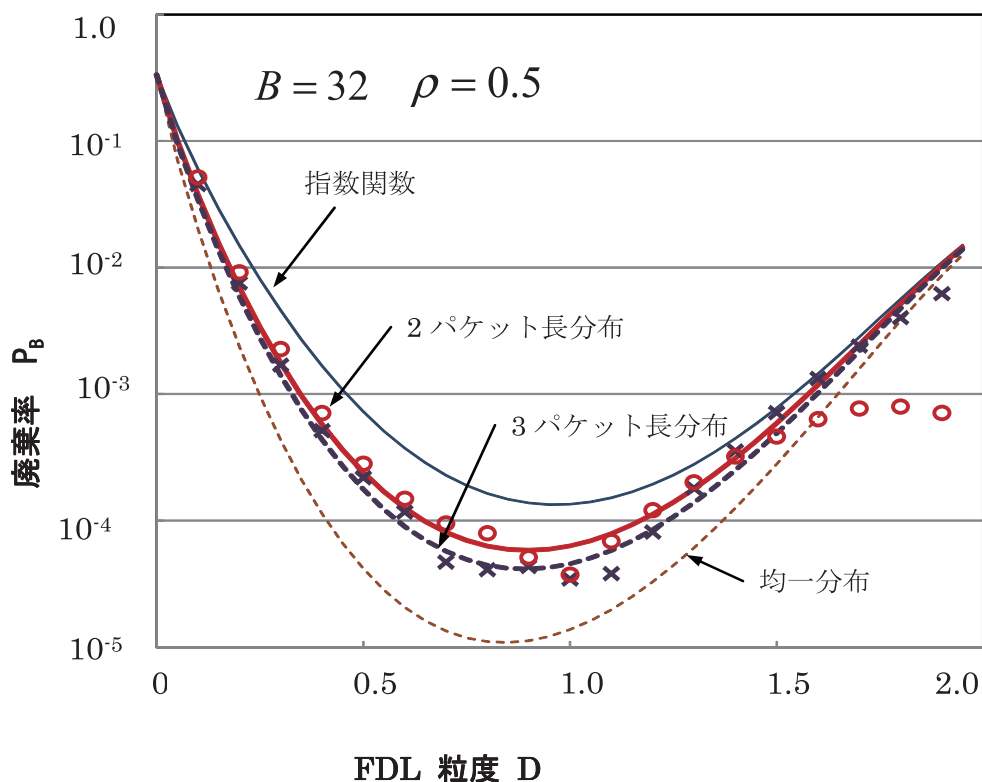


図 6. $B = 32$ および $\rho = 0.5$ における廃棄率.

(太い実線と破線は、2 パケット長分布、3 パケット長分布に対する 4 次近似計算、丸とバツはそれぞれに対するシミュレーション結果を示す)

$$\begin{aligned}
 M_3 &= \sum_{i=1}^n p_i \left(s_i + \frac{D}{2} \right)^3 + \left(\frac{D}{2} \right)^2 \left(\bar{s}_0 + \frac{D}{2} \right) \\
 M_4 &= \sum_{i=1}^n p_i \left(s_i + \frac{D}{2} \right)^2 \left[\left(s_i + \frac{D}{2} \right)^2 + 2 \left(\frac{D}{2} \right)^2 \right] + \frac{1}{5} \left(\frac{D}{2} \right)^4 \\
 M_5 &= \sum_{i=1}^n p_i \left(s_i + \frac{D}{2} \right)^3 \left[\left(s_i + \frac{D}{2} \right)^2 + \frac{10}{3} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \right] + \left(\frac{D}{2} \right)^4 \left(\bar{s}_0 + \frac{D}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{46}$$

となる.

そこで、次の 2 つ場合における複数固定長分布での廃棄率を求める. パケットにはレイア 2 におけるイーサネットフレームを想定する. したがって、最短パケット長は 64 バイト、最長は 1518 バイトである.

Case.1 2 パケット長

$s_1 = 64$ バイト, $s_2 = 1518$ バイト, $p_1 = p_2 = 0.5$ とし、よって $\bar{s}_0 = 791$ バイト.

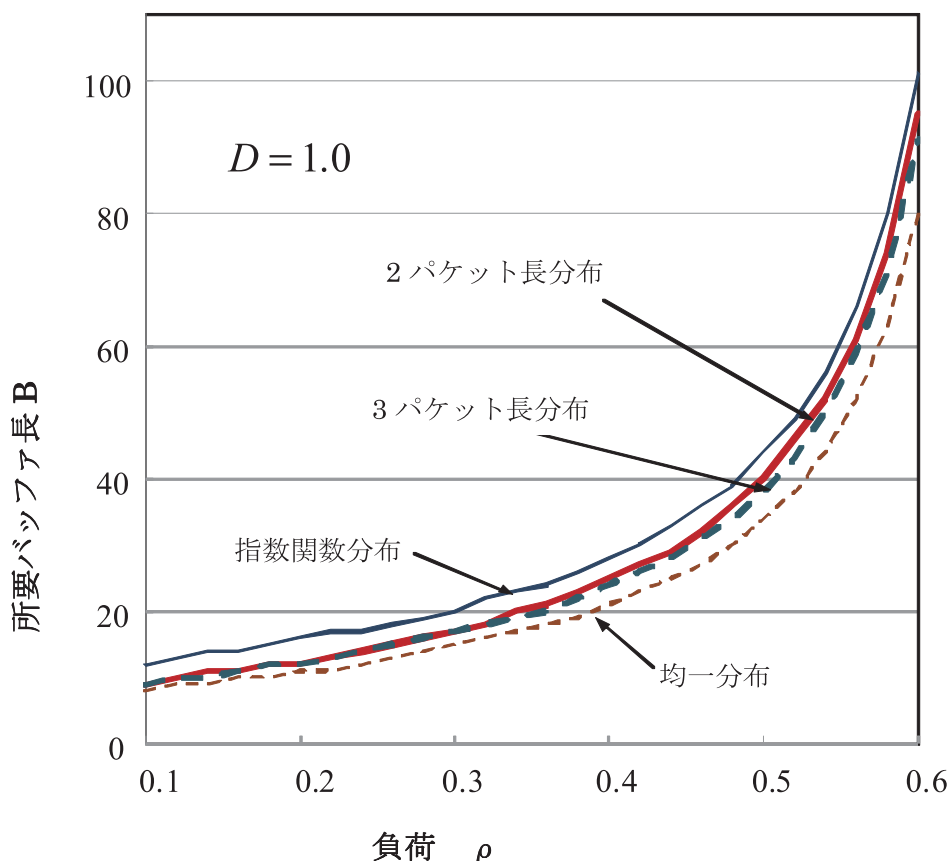


図 7. 廃棄率が 10^{-5} 以下となる所要バッファ長
(各線と印の意味は、図 6 と同様である)

Case.2 3 パケット長

$s_1 = 64$ バイト, $s_2 = 582$ バイト, $s_3 = 1518$ バイト, $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$ とし, よって $\bar{s}_0 = 721$ バイト.

図 6 は, $B = 32$, $\rho = 0.5$ において FDL 粒度 D に対する廃棄率を示す. $\rho = 0.5$ は, 現在のインターネットが運用上最大負荷として制限している値として選択した. 太い実線で 2 パケット長分布の 4 次近似計算結果を, 太い点線で 3 パケット長分布のそれを示し, 丸とバツはそれぞれに対するシミュレーション結果を示す. また, 細い実線と破線は, 指数関数分布と均一分布に対する 4 次近似計算結果を示す.

2 パケット長, 3 パケット長分布の 4 次近似計算結果は, $D < 1.5$ のとき, シミュレーション結果とほぼ一致し, 指数関数分布と均一分布との間に位置する. また, 2 パケット長分布の方が廃棄率は大きい. パケット長分布における分散が大きいためである. 実際の IP ネットワークでは, 2 パケット長分布と均一分布を合計した分布となっているため[22], パケット長分布を実測した結果を反映すると, 現実のネットワークにおける廃棄率は 2 パケット長分布と均一分布との間に位置すると考えられる. $B = 32$ と $\rho = 0.5$ の条件では, 廃棄率は 10^{-5} 以上となる.

パケット負荷に対してパケット廃棄率が 10^{-5} 以下となることを実現するバッファ長 B を図 7 に示す。FDL 粒度 D は、図 4 より 0.5 負荷において低い廃棄率を実現する 1.0 を選択した。各線は、図 6 と同様の意味である。バッファ長 B が小さい場合、許容負荷はパケット長分布に大きく依存する。たとえば、バッファ長 $B = 20$ の場合、許容負荷は指数関数で 0.3 に対して固定長では 0.42 である。バッファ長 B が大きくなると分布による差は減少する。たとえば、バッファ長 $B = 60$ の場合、許容負荷は指数関数で 0.55 に対して固定長では 0.59 である。 $B = 40$ の場合、2 パケット長分布と均一分布に対して、許容負荷は 0.5 以上の領域にある。したがって、全光ネットワークを 0.5 以下の負荷で運用することを仮定すると、バッファ長 B は 40 以上とすることが要求される。

5. おわりに

本論文では、一般分布パケット長に対して光パケット交換機バッファにおける廃棄率を与える高精度な近似式を確立した。近似は、無限長光バッファにおいて仮想待ち時間に対する確率分布関数を得るために行われた。すなわち、分布関数における減衰率を $(1 - \rho')$ で漸近展開し、4 次近似式までを求めて、その計算結果をシミュレーション結果と比較した。

得られた結果は以下のとおりである。

- 1) 前報告で得られた近似式は、漸近展開の 1 次近似であることを導出し、数学的な根拠を与えることができた。本論文で得た漸近展開により、一般パケット長分布に対する廃棄率近似計算の精度を高めることができた。
- 2) 減衰定数に対する 4 次近似を用いることにより、指数関数パケット長分布と均一分布に対して、負荷が 0.3 以上で 10% 以内の精度を得ることができた。しかしながら、固定長分布では、 $D = 0.85 \sim 1.25$ の領域を除き、60% の精度を得たに過ぎない。
- 3) 今回の近似方法を、実際の IP ネットワークに利用する光バッファの設計に応用した。0.5 以下の負荷で運用される全光ネットワークでは、パケット損失を ITU-T 勧告に準拠させるためには、バッファ長を 40 以上とする必要があることを明らかにした。

本論文にて得られた近似式は、優先度待ち行列付きマルチクラス光バッファシステム、波長多重光パケット交換機ネットワークなどの開発指針を得る目的や、実際のパケットネットワークに利用する光パケット交換機を設計する上で有力な武器になるものと確信している。

付録 A 逆変換展開式[18]

次の展開式が与えられたとき

$$y = ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + fx^6 + gx^7 + \dots \quad (\text{付 1})$$

逆変換は

$$x = Ay + By^2 + Cy^3 + Dy^4 + Ey^5 + Fy^6 + Gy^7 + \dots \quad (\text{付 2})$$

で与えられる。ここで、各係数は次式となる。

$$aA = 1$$

$$a^3B = -b$$

$$a^5C = 2b^2 - ac$$

$$a^7D = 5abc - a^2d - 5b^3$$

$$a^9E = 6a^2bd + 3a^2c^2 + 14b^4 - a^3e - 21ab^2c$$

$$a^{11}F = 7a^3be + 7a^3cd + 84ab^3c - a^4f - 28a^2bc^2 - 42b^5 - 28a^2b^2d$$

$$a^{13}G = 8a^4bf + 8a^4ce + 4a^4d^2 + 120a^2b^3d + 180a^2b^2c^2 + 132b^6$$

$$-a^5g - 36a^3b^2e - 72a^3bcd - 12a^3c^3 - 330ab^3c$$

付録 B シミュレーションプログラム例

本節 2.1 にて説明したアルゴリズムに基づいて作成したフローチャートを図 8 に、また FORTRUN プログラム例を表 5 に示す。

FORTRUN における乱数引数では、random number により 0.0 から 1.0 までの乱数 x を得ることができるので、パケット到着間隔とパケット長分布に対する指数関数分布 y は、

$$y = -\frac{1}{\lambda} \log(1-x)$$

より求めた。ここで、 λ は負荷である。

計算は倍精度にて行った。求める廃棄率により最大 10^8 個のパケットシミュレーションとなるが、初期状態から定常状態に至る過度的な状態は 1000 パケット程度で収束する。すなわち、 10^{-2} の廃棄率を 10^{-2} 精度で求めればよい場合には、10000 パケットのシミュレーションで十分である。

参考文献

- [1] R. S Tucker et al, "Evolution of WDM Optical IP networks: A Cost and Energy Perspective," IEEE J. Lightwave Technol., Vol. 27, No. 3, pp. 243-252, 2009.
- [2] R. S Tucker, "Scalability and energy consumption of optical and electronic packet switching," J. Lightwave Technol., Vol. 29, No. 16, pp. 2410-2421, 2011.
- [3] F. Callegati, "Optical Buffers for Variable Length Packets," IEEE Commun. Lett., Vol. 4, No. 9, pp. 292-294, 2000.
- [4] R. C. Almeida, J. U. Pelegrini, and H. Waldman, "A generic-traffic optical buffer modeling for asynchronous optical switching networks," IEEE Commun. Lett., Vol. 3, No. 2, pp. 175-177, 2005.
- [5] Xiaohua Ma, "Modeling and Design of WDM Optical Buffers in Asynchronous and Variable-Length Optical Packets Switches," Optical Commun., No. 269, pp. 53-63, 2007.
- [6] Jianming Liu et al., "Blocking and Delay Analysis of Single Wavelength Optical Buffer with General Packet Size Distribution," IEEE J. Lightwave Technol., Vol. 27, No. 8, pp. 955-966, 2009.

- [7] H. E. Kankaya and N. Akar, "Exact Analysis of Single-Wavelength Optical Buffers with Feedback Markov Fluid Queues," *J. Opt. Commun. Netw.*, Vol. 1, No. 6, pp. 530-542, 2009.
- [8] W. Rogiest, and H. Bruneel, "Exact Optimization Method for an FDL Buffer with Variable Packet Length", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 22, No. 4, pp. 242-244, 2010.
- [9] Murakami Y., "An Approximation for Blocking Probabilities and Delays of Optical Buffer With General Packet-Length Distributions," *IEEE J. Lightwave Technol.*, Vol. 30, No. 1, pp. 54-66, 2012.
- [10] 村上泰司, "パケット交換機のトラヒック理論 (その2) — 一般分布パケット長に対する近似解法 —", *大阪電気通信大学研究論集 (自然科学編)*, 第47号, p.11-31 (2012).
- [11] ITU-T Recommendation Y. 1541 (12/2011), Network performance objectives for IP-based services.
- [12] Y. Murakami, "Asymptotic Analysis for Blocking Probabilities of Optical Buffer With General Packet-Length Distributions," *American Journal of Applied Mathematics*, Vol. 2, No. 6-1, pp. 1-10, 2014.
- [13] L. Kleinrock, "Queueing Systems, Vol. 1: Theory", John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [14] A. A. Fredricks, "A Class of Approximations for the Waiting Time Distribution in a GI/G/1 Queueing System," *Bell Syst. Tech. J.* Vol. 61, pp. 295-325, 1982.
- [15] G. L. Choudhury, and W. Whitt, "Heavy-Traffic Asymptotic Expansions for the Asymptotic Decay Rates in the BMAP/G/1 queue," *Stochastic Models*, Vol. 10, No. 2, pp. 453-498, 1994.
- [16] J. Abate, G. L. Choudhury, and W. Whitt, "Exponential approximations for tailprobabilities in queues, I: Waiting Times," *Oper. Res.*, Vol. 43, No. 3, pp. 885-901, 1995.
- [17] A. Feldmann and W. Whitt, "Fitting mixtures of exponentials to long-tail distributions to analyze network performance models," *Performance Evaluation* Vol. 31, Oct, pp. 245-279, 1998.
- [18] see 3.6.25 in M. Abramowitz and I. A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions, 10th printing," National Bureaus of Standards, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1972.
- [19] F. Xue et al, "Design and Experimental Demonstration of a Variable-length Optical Packet Routing System with Unified Contention Resolution," *IEEE J. Lightwave Technol.*, Vol. 22, No. 11, pp. 2570-2581, 2004.
- [20] The cooperative association for the internet data analysis – Packet size distribution comparison between internet links in 1998 and 2008, www.caida.org/research/traffic-analysis/, 2008.
- [21] E. R. S. Castro, M. S. Alencar and I. E. Fonseca, "Probability density functions of the packet length for computer networks with bimodal traffic," *International J. of Computer Networks & Communication*, vol. 5, no. 3, pp.17-31, 2013.

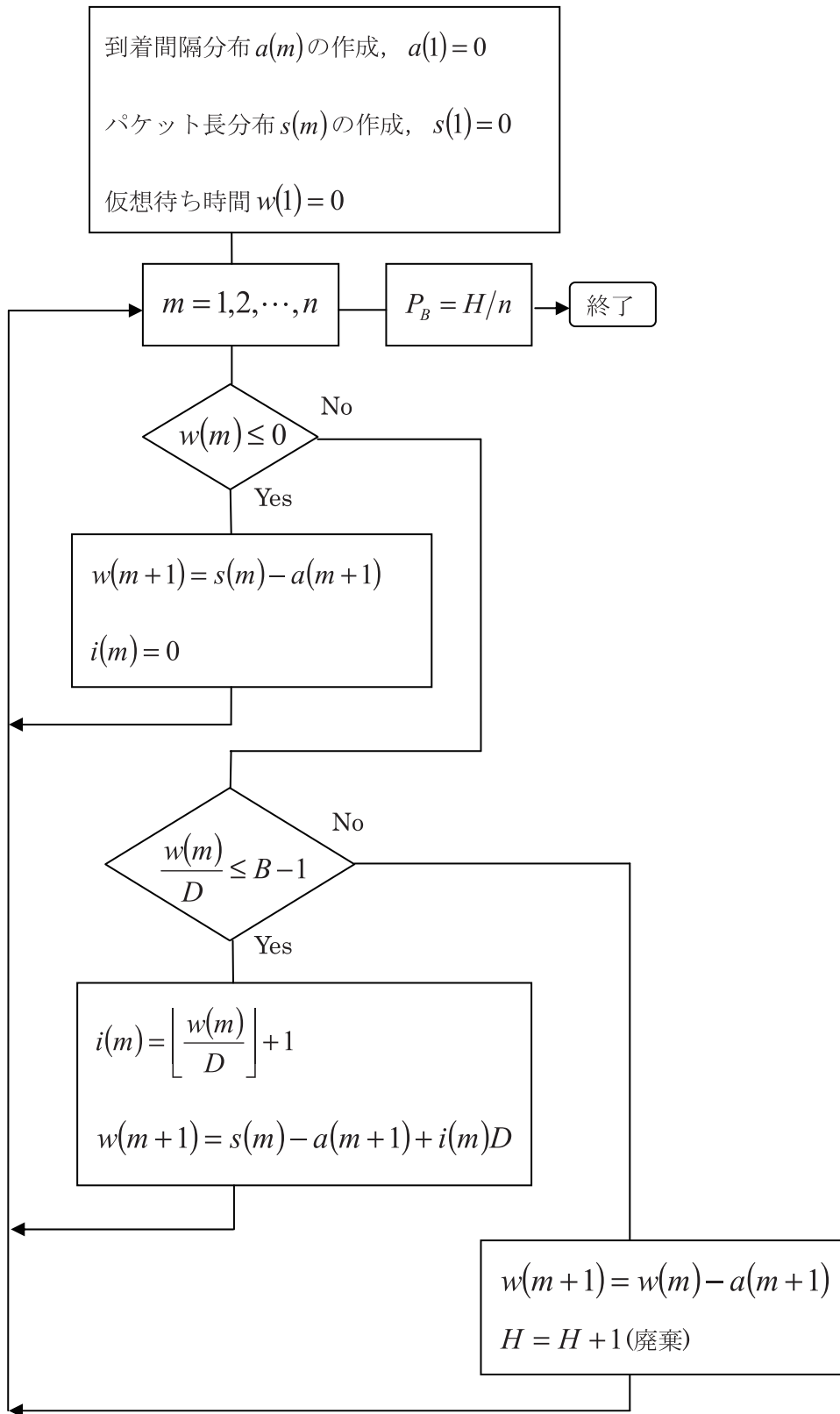


図 8. 指数関数パケット長分布に対するシミュレーションフローチャート

表 5 指数関数分布に対する FORTRUN プログラム例

```

program expo
  implicit none
  integer m, n, B0, H
  real*8 r0, D0, Pb
  real*8, dimension(100000000) :: s0, s, a0, a, w, i0
  n=100000000
  r0=0.5d0      負荷
  D0=1.0d0     FDL 粒度
  B0=42        光バッファ長
  w(1)=0.0d0
  a0(1)=0.0d0
  a(1)=0.0d0
  H=0

  do 100 m=1, n
    call random_number(a0(m+1))      乱数
    a(m+1)=- (1/r0)*dlog(1.0d0-a0(m+1))  指数関数分布
    call random_number(s0(m))        乱数
    s(m)=-dlog(1.0d0-s0(m))          指数関数分布

    if(w(m)<=0) then
      w(m+1)=s(m)-a(m+1)
      i0(m)=0.0d0

      else if(w(m)<=D0*(B0-1)) then
        i0(m)=dint(w(m)/D0)+1.0d0
        w(m+1)=i0(m)*D0+s(m)-a(m+1)

      else
        H=H+1
        i0(m)=w(m)/D0
        w(m+1)=w(m)-a(m+1)
      end if

    100 continue
    Pb=(H+0.0d0)/(n+0.0d0)
    print *, H, Pb
  end program expo

```