

希釈硝酸銀によってソーダガラス内に作られた拡散光導波路 のパラメータ推定法

岩田 拓也[†] 岸岡 清[†]

A Determination Method of Diffusion-Parameter Values in the Ion-Exchange Optical Waveguides in Soda-Lime glass Made by Diluted AgNO_3 with NaNO_3

Takuya IWATA[†] and Kiyoshi KISHIOKA[†]

Abstract This paper describes a conventional determining method of optical parameter values in the optical waveguides fabricated in glass substrate by using the thermal ion-exchange technique. An useful relationship between the effective indices of the guided mode and waveguide parameters is presented in a simple form, and applying it to measured values of the effective indices, the values of the substrate surface index n_0 , substrate index n_b and diffusion depth of the doped ion are gotten. Applied the proposed method to the Ag^+ -ion diffused waveguides fabricated in the soda-lime glass using AgNO_3 salt diluted with NaNO_3 as the ion source, dependences of the optical parameter values on the dilution of the ion source are performed.

Values of the diffusion coefficient D of the dopant Ag^+ -ion are also estimated based on the guess index-profiles in the ion-diffused layer.

1. まえがき

一価の金属イオンを熱拡散によってガラス基板の表面から基板内にドーピングし、ドーピングされたイオンによって基板表面に形成される高屈折率層に光を閉じ込めて伝搬させるイオン拡散導波路は、製作の容易さから広く利用されており、その製作技術は光導波路の製作において重要な地位を占めている。拡散されるドーパントイオンとしては、 K^+ や Ag^+ イオンがよく用いられており、イオン源には比較的低温（ 400°C 前後）で溶融する硝酸塩（ NO_3 塩）が用いられている。一方、基板には金属イオンの熱拡散に適した Soda-lime ガラスや Pyrex ガラス等に代表される多成分ガラスが用いられている。

導波路を設計する観点からは、導波路断面の寸法等の幾何学形状以外にも、ドーパントイオンによる屈折率の変化量（屈折率の上昇量）や、さらには、導波路断面内の屈折率分布も重要な要素である [1-3]。イオンの拡散層の屈折率分布の推定法としては、屈折率分布を折れ線近似して、各折れ点の位置（基板表面からの位置）を伝搬モードの伝搬定数の測定値から推定する方法、所謂、IWKB 法（Inverse WKB Method）がよく使われている [4]。この方法は、屈折率の深さ方向への変化が滑らかであるという条件さえ満足すれば、

[†]大阪電気通信大学 工学部・電子機械工学科

比較的広範囲の分布形状に適用できるという長所を備えているが、反面、基板の屈折率を推定できないという弱点を持っている。

イオン拡散導波路の基板として多用される多成分ガラスは、光学ガラスとは異なり、ガラスに含まれる成分の僅かな違いや、製造方法によりその屈折率に大きな違いがある事が知られている。しかも、光学ガラスとは異なり、屈折率の波長分散も公表されていない場合が多い。従って、イオン拡散導波路の設計・製作には、使用波長での基板屈折率の推定が重要な事柄となっている。

本稿では、 AgNO_3 （溶融硝酸銀）をイオン源に用いて作成される導波路の断面内の屈折率分布と基板の屈折率を同時に知る事ができる簡便なパラメータ推定方法が示される。様々な屈折率分布を実現するという観点から、イオン源を NaNO_3 で希釈して、 Ag^+ イオンの基板へのドーピング量を変えて作られた導波路の屈折率分布が推定され、 AgNO_3 の希釈度に対する基板表面の屈折率の変化が示される。さらに、推定された屈折率分布とイオンの拡散を記述する拡散方程式の解とを比較する事によって、拡散方程式に含まれる Ag^+ イオンの拡散係数の値も推定し、 AgNO_3 の希釈度に対する変化も示される。

2. イオン拡散導波路の屈折率分布

一価の金属イオンは熱によって、ガラス基板中に含まれる Na イオンに置き換わりながらガラス基板内を表面から拡散して行く。屈折率はドーパされた金属イオン濃度に比例して上昇するので、屈折率の変化 Δn は、拡散された金属イオン濃度分布を知る事によって知ることができる。

ガラス基板の金属イオン濃度分布 $C(x, t)$ は、

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial C}{\partial t} \quad (1)$$

で与えられる拡散方程式の解として与えられる。ここで、 D はドーパされる金属イオンとその希釈度によって決まるパラメータで、拡散定数と呼ばれている。 D の値は、拡散されるガラスによっても異なる値を取り、イオン半径が大きい K^+ イオンでは自分自身の濃度にも依存し、式 (1) の拡散方程式は非線形となることが知られているが [1]、イオン半径小さい Ag^+ イオンの Soda-lime ガラスへの熱拡散では、 D は定数として取り扱うことができる。 t は時間を表している。

基板表面 ($x = 0$) の濃度で規格化された拡散方程式 (1) の解は、

$$C(x, t) = \text{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \quad (2)$$

で与えられる [1]。ここで、 $\text{erfc}(=1-\text{erf})$ は補誤差関数である。屈折率の変化量（屈折率上昇量）の分布 $\Delta n(x)$ は、基板表面での屈折率変化 Δn_0 を用いて、

$$\Delta n(x) = \Delta n_0 \cdot \text{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \quad (3)$$

基板表面の屈折率変化： $\Delta n_0 = n_0 - n_b$

と表せる。ここで、 n_0 は基板表面の屈折率、 n_b は基板の屈折率をそれぞれ表している。

図1には拡散係数 D と拡散時間 t を仮定して計算した規格化濃度分布の一例がプロットされている。拡散方程式を解いて得られた厳密なイオン濃度分布（実線）は、指数関数に極似している事が判る。図には指数関数

$$C(x, t) \simeq \Delta n_0 e^{-\left(\frac{x}{a}\right)} \quad (4)$$

で近似された分布もプロット（破線）されている。ここで、指数関数分布の広がりを与えるパラメータ a は、拡散の深さと呼ばれる定数で、その値は希釈度と拡散時間に依存する。

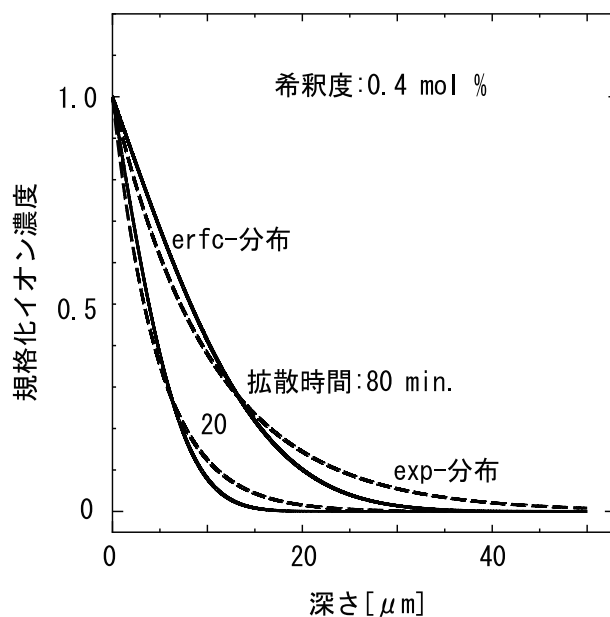


図1 屈折率変化の分布と指数関数近似

以下では、屈折率分布を指数関数で近似して、まず、表面の屈折率変化 Δn_0 とパラメータ a の値を推定し、次に、それらの値より得られる指数関数分布と拡散方程式の解である補誤差関数の分布をフィッティングさせる事により、未知数として拡散方程式に含まれている D の値を推定される。拡散係数の値が推定されれば、拡散時間を変えても容易に屈折率分布を得る事ができる。さらに、チャンネル導波路のような2次元の断面分布も得る事もできる。

3. 推定の原理 [5]

3.1 伝搬モードの特性方程式

導波路断面の屈折率分布の推定原理の概要は以下の通りである：導波路を伝搬するモードの伝搬定数の値は、導波路の屈折率、および、その分布等の導波路パラメータによって決まる。従って、伝搬定数と導波路パラメータとの関係が判れば、伝搬定数の測定値から導波路のパラメータの値を推定できると期待される。

モードの伝搬定数 β と導波路の深さ方向 (x 方向) の屈折率分布 $n(x)$ の関係は、断面内に定在波が存在できる条件 (界の共振条件) として知られている特性方程式として与え

られる。また、伝搬定数 β の値は、プリズム結合器を用いて伝搬モードを励起し、モードが励起されたときの光の入射角から容易に知る事ができる（図中の式）。

図2には基板の深さ方向に屈折率分布を持つ導波路内の光の伝搬の様子が模式的に描かれている。基板表面 ($x = 0$) で全反射した光は、屈折率の減少に伴って向きを変え、転回点 ($x = x_t$) と呼ばれる位置で再び表面に向かう。光が伝搬する zigzag-path の形状と伝搬定数の値には特定な関係が成立し（定在波が存在する条件）、 β はその条件が満たされる有限個の離散的な値として与えられる。図の右上の写真は、出力用プリズム結合器の後方に於かれたスクリーンに現れた出射光を写したものである。モードによる基板表面 ($x = 0$) での伝搬角 $\theta(0)$ の違いによって、各モードの出射光は異なる方向へ出力されるため、同時に多くのモードを励起すると、Mode-line と呼ばれる写真のような伝搬角 (β の値) に対応した空間的なスペクトラムラインが観測される。

図中の $n(x)k_0$ は x の位置での光の波数、 $Q(x)$ は波数の x 方向成分をそれぞれ表している。 $\theta(x)$ は x の位置での光の伝搬方向を表している。

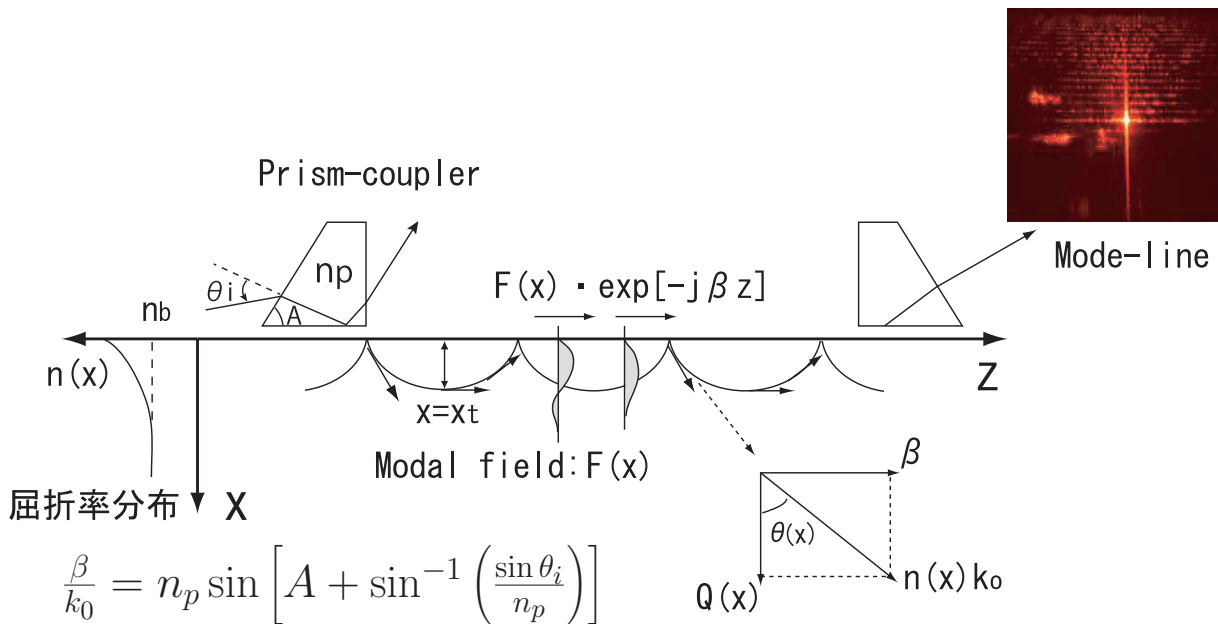


図2 導波路内を伝搬する光の様子と Mode-line

3. 推定に必要な基本式

伝搬定数 β と導波路パラメータとの間の関係を与える特性方程式は、界の深さ方向の共振条件として、

$$2 \int_0^{x_t} Q(x) dx - \phi_c - \phi_t = 2M\pi, \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$Q(x) = n(x)k_0 \cos \theta(x) = \sqrt{k_0^2 n^2(x) - \beta^2}, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$$

と表される。ここで、 k_0 は光の真空中の波数、 λ は光の波長をそれぞれ表している。 ϕ_c は基板表面での全反射に伴う光の位相推移、 ϕ_t は転回点 ($x = x_t$) での位相推移をそれぞれ表している。また、転回点の位置 x_t は、 $Q(x_t) = 0$ を満足する値である。

クラッド層が空気 ($n = 1$) で、ガラス基板との屈折率差が大きいため、全反射に伴う位相推移 ϕ_c を与える式

$$\phi_c = 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{\beta^2 - k_0^2}{n_0^2 k_0^2 - \beta^2}}$$

において、 $(n_0^2 k_0^2 - \beta^2) \ll (\beta^2 - k_0^2)$ が成立し、近似的に $\phi_c \simeq \pi$ として取り扱うことができる。また、転回点での位相推移 ϕ_t は $\frac{\pi}{2}$ と与えられるので [6]、式 (5) は、

$$2 \int_0^{x_t} Q(x) dx = \pi \left(2M + \frac{3}{2} \right), \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

となる。

3.2 特性方程式の変形

拡散層の屈折率を、基板表面の屈折率 n_0 、基板の屈折率 n_b 、拡散深さ a を用いて、

$$n(x) = (n_0 - n_b) e^{-\left(\frac{x}{a}\right)} + n_b \quad (7)$$

と表し、式 (6) に代入するために $n^2(x)$ を計算すると、

$$n^2(x) \simeq n_b^2 + (n_0^2 - n_b^2) e^{-\left(\frac{x}{a}\right)} \quad (8)$$

を得る。ここで、基板にドーピングされた金属イオンによる屈折率変化は十分に小さいので、 $(n_0 - n_b) \ll n_b$ が成り立つとして、 $(n_0 - n_b)$ の 2 乗の項を無視し、 $2n_b \simeq (n_0 + n_b)$ の近似が用いられた。さらに、 $n_b^2 = n_0^2 - (n_0^2 - n_b^2)$ に留意すると、結局、式 (8) は、

$$n^2(x) \simeq n_0^2 \left[1 - 2\Delta \left(1 - e^{-\frac{x}{a}} \right) \right], \quad 2\Delta = \frac{n_0^2 - n_b^2}{n_0^2} \quad (9)$$

となる。

式 (6) の $Q(x)$ に含まれる $n^2(x)$ に式 (9) を代入して整理すると、

$$2 \int_0^{x_t} \left(\frac{1}{a} \right) \left[v^2 e^{-\frac{x}{a}} - w^2 \right]^{\frac{1}{2}} dx = \left(2M + \frac{3}{2} \right) \pi, \quad (M = 0, 1, 2, \dots) \quad (10)$$

$$v^2 = 2k_0^2 a^2 n_0^2 \Delta, \quad w^2 = a^2 (\beta^2 - k_0^2 n_b^2)$$

となる。転回点 x_t は、 $v^2 e^{-x/a} - w^2 = 0$ より、 $x_t = 2a \ln(v/w)$ で与えられる。

式 (10) の積分変数を、 $u = e^{-\frac{x}{2a}}$ によって u に変換すると、式 (10) の左辺は、

$$I = 4v \int_{\sqrt{b}}^1 \left(1 - \frac{b}{u^2} \right)^{\frac{1}{2}} du, \quad b = \frac{w^2}{v^2} = \frac{\beta^2 - k_0^2 n_b^2}{k_0^2 (n_0 - n_b^2)} \quad (11)$$

と変形される。再度、 $\cos \eta = \sqrt{b}/u$ を用いて積分変数を u から η へ変換して積分を実行すると、

$$I = 4v\sqrt{b} \int_0^{\eta_t} \tan^2 \eta d\eta = 4v\sqrt{b}(\tan \eta_t - \eta_t) = 4v \left[(1-b)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{b} \cos^{-1} \sqrt{b} \right] \quad (12)$$

が得られる。ここで、積分の上限 η_t は $\cos^{-1} \sqrt{b}$ で与えられる。式(12)を用いると、結局、式(6)の特性方程式は

$$\sqrt{1-b} - \sqrt{b} \cos^{-1} \sqrt{b} = \frac{\pi}{4v} \left(2M + \frac{3}{2} \right), \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

となる。

$0 < b < 1$ であることに着目して $\varphi = \cos^{-1} \sqrt{b}$ と置いて、 $\sqrt{1-b} = \sin \varphi$ に留意して、特性方程式(13)の左辺を書き換えると、

$$\sin \varphi - \varphi \cos \varphi = \frac{\pi}{4v} \left(2M + \frac{3}{2} \right), \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

となる。この方程式は、次節で特性方程式の近似解法に使用される。

3.3 特性方程式の近似解法

パラメータ b と φ は、それぞれ、

$$b = \frac{w^2}{v^2} = \frac{(\beta^2 - k_0^2 n_b^2)}{k_0^2 (n_0^2 - n_b^2)}, \quad \varphi = \cos^{-1} \sqrt{b} \quad (15)$$

のように β の関数として与えられるので、 β の値とパラメータ b および φ との関係は、

パラメータ	最小値	最大値
β	$k_0 n_b$	$k_0 n_0$
b	0	1
φ	$\frac{\pi}{2}$	0
	(Mode cut-off)	(伝搬角 $\theta = 0$)

と整理する事ができる。

以下、 b の値が、Case(a):1に近い領域、および、Case(b):0に近い領域の2つの領域に分けて、それぞれの領域で特性方程式(14)を近似的に解法し、各領域で β と導波路パラメータの間に成立する関係を求める。

Case(a) の領域

この領域では、 $b \simeq 1$ が成立しているので、 $\varphi \simeq 0$ の条件が成立している。この条件下での近似

$$\sin \varphi \simeq \varphi, \quad \cos \varphi \simeq 1 - \frac{1}{2}\varphi^2$$

を式 (14) の左辺に適用すると、

$$\frac{1}{2}\varphi^3 \simeq \frac{\pi}{4v} \left(2M + \frac{3}{2}\right), \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

となる。さらに、

$$\varphi = \cos^{-1} \sqrt{b} \simeq \frac{\pi}{2} \left(1 - b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

と近似すると、式 (16) は、

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 \left(1 - b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{\pi}{4v} \left(2M + \frac{3}{2}\right), \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

となる。 $(1 - b^{\frac{1}{2}})$ を $b = 1$ の周りでテーラ展開して、

$$1 - b^{\frac{1}{2}} \simeq \frac{1}{2}(1 - b)$$

と近似すると、式 (17) は、

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 \left(\frac{n_0^2 - n_{eff}^2}{n_0^2 - n_b^2}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{\pi \left(2M + \frac{3}{2}\right)}{4k_0 a (n_0^2 - n_b^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

となる。ここで、 $\beta/k_0 = n_{eff}$ と置いた。 n_{eff}^2 について解くと、

$$n_{eff}^2 = n_0^2 - \frac{4 \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{3}}}{\pi^{\frac{4}{3}}} \left(\frac{n_0^2 - n_b^2}{k_0 a}\right)^{\frac{2}{3}} \left(2M + \frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

のような実効屈折率 n_{eff} と導波路パラメータとの間の関係が得られる。

Case(b) の領域

この領域では、 $b \simeq 0$ なので、 $\varphi \simeq \frac{\pi}{2}$ となる。 $\sin \varphi$ および $\cos \varphi$ についてこの領域 ($\varphi \simeq \frac{\pi}{2}$) で成立する近似、

$$\sin \varphi \simeq 1 - \frac{1}{2} \left(\varphi - \frac{1}{2}\right)^2, \quad \cos \varphi \simeq \frac{\pi}{2} - \varphi$$

を特性方程式 (14) の左辺に適用すると、左辺は

$$\text{左辺} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi^2}{4} - \varphi^2\right)$$

となる。

さらに $\varphi = \cos^{-1} \sqrt{b} \simeq \frac{\pi}{2} \left(1 - b^{\frac{1}{2}}\right)$ と近似すると、式 (14) は

$$1 - \frac{1}{8} \pi^2 b^{\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{4v} \left(2M + \frac{3}{2}\right)$$

となる。Case(a)と同様に実効屈折率 n_{eff}^2 について解くと

$$n_{eff}^2 = n_b^2 + \frac{4}{\pi^4} \left(\frac{1}{k_0^2 a^2} \right) \left[4k_0 a \sqrt{n_0^2 - n_b^2} - \pi \left(2M + \frac{3}{2} \right) \right]^2, \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

のような n_{eff} と導波路パラメータの関係式が得られる。

4. 屈折率の推定方法

ここでは、前節で導かれたモードの実効屈折率 $n_{eff}(= \beta/k_0)$ と屈折率との関係を使って、 n_{eff} の測定値から屈折率分布を得る推定方法が示される。

n_{eff}^2 の値は、低次モード領域 (Case (a) の領域) では式 (19) に示したように、モード次数 M を含むパラメータ $(2M + \frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$ に対して一次関数的に変化する。一方、高次モード領域 (Case (b) の領域) では式 (20) に示したように $\pi(2M + \frac{3}{2})$ に対して二次関数的に変化する。図3には、 n_{eff}^2 の測定値の $(2M + \frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$ に対するプロットが示されている。図4には、同じ測定値の $\pi(2M + \frac{3}{2})$ に対するプロットが示されている。予想通り、低次モード領域では、 n_{eff}^2 の値は $(2M + \frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$ に対して線形に変化している。一方、高次モード領域では、 $\pi(2M + \frac{3}{2})$ に対して二次関数で変化している。

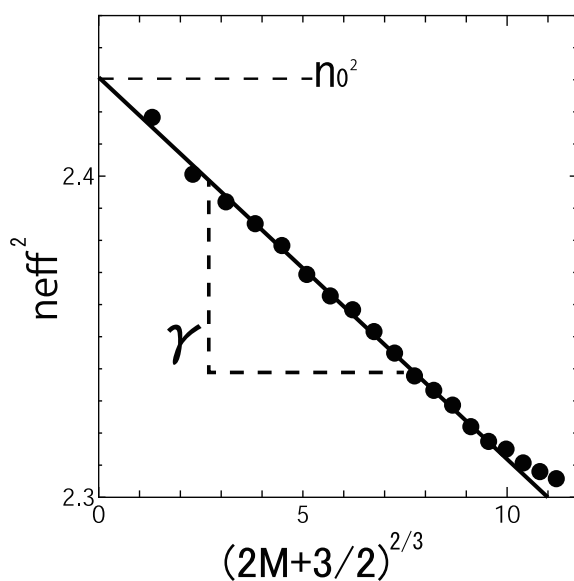


図3 $n_{eff}^2 - (2M + \frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$ プロット
(低次モード域)

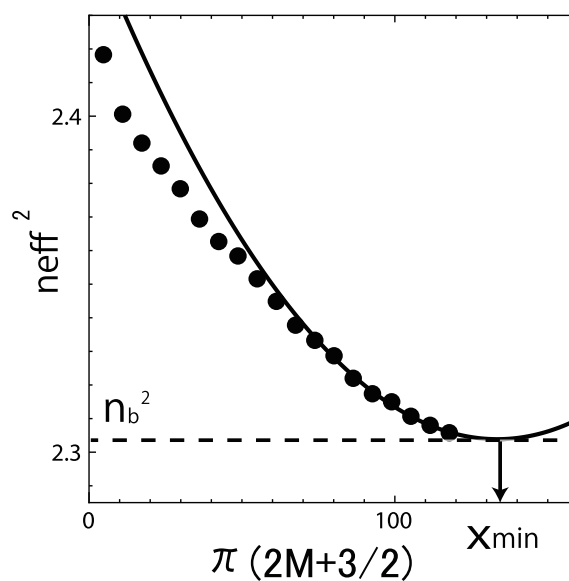


図4 $n_{eff}^2 - \pi(2M + \frac{3}{2})$ プロット
(高次モード域)

(a) 基板表面の屈折率 n_0 の推定

低次モード領域の n_{eff} の関係式 (19) を用いる。 n_{eff}^2 を $(2M + \frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$ の1次関数とみなすと、 $(2M + \frac{3}{2})^{\frac{2}{3}} = 0$ のとき、式 (19) より $n_{eff}^2 = n_0^2$ となる。即ち、図3に示したプロットを延長して、縦軸 (n_{eff}^2 軸) との交点を読み取る事によって、 n_0 の値を推定できる。実際には、低次モード領域での n_{eff}^2 のプロットにフィットする直線を引き、その直線と縦軸との交点を読み取る。

(b) 基板の屈折率 n_b の推定

高次モード領域の n_{eff} の関係式 (20) を用いる。 $\pi(2M + \frac{3}{2}) = 4k_0a\sqrt{n_0^2 - n_b^2} (= x_{min})$ のとき、 n_{eff}^2 は極値を取り、その値は n_b^2 となることが式 (20) より解る。従って、 n_{eff}^2 のプロットにフィットする2次曲線を描き、その頂点の値（極小値）を読み取る事により、 n_b の値を推定する事ができる。

(c) 屈折率分布の広がり a の値の推定

図3の直線のプロットの傾きは

$$|\gamma| = \frac{4 \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{3}}}{\pi^{\frac{4}{3}}} \left(\frac{n_0^2 - n_b^2}{k_0 a}\right)^{\frac{2}{3}}$$

で与えられる。図2のプロットより直線の傾き γ の値を読み取り、その値と (b) で得られた n_b を上式に代入すると、

$$a = \frac{8\sqrt{2}(n_0^2 - n_b^2)}{k_0 |\gamma|^{\frac{3}{2}} \pi^2} \quad (21)$$

と a の値を推定できる。

4. 導波路の製作

導波路は Soda-lime ガラス基板（松浪ガラス製スライドガラス）に Ag^+ イオンを熱拡散して作られた。イオン源には、 $NaNO_3$ （硝酸ナトリウム）で希釈された $AgNO_3$ （硝酸銀）が用いられた。混合比（希釈度）を変えた塩をステンレスビーカに入れ、温度が制御されたマントルヒータで加熱して溶融させ、溶融塩にガラス基板を所定の時間浸して Ag^+ イオンを基板内に拡散させた。溶融塩の温度は、全ての希釈塩に対して $350^\circ C$ 一定とした。

表1に希釈度毎に複数製作された導波路の拡散時間が纏められている。拡散時間は推定に必要なモード数を確保する目的で希釈度に応じて変化させた。

表1 希釈度毎の拡散時間

希釈度 [mol %]									
0.4	—	—	20分	40分	60分	80分	120分	150分	
1.5	—	—	20分	40分	60分	80分	120分	150分	
2.0	5分	10分	20分	40分	60分	80分	—	—	

希釈度はモル濃度で表示されている。即ち、イオン源に用いられる $NaNO_3$ と $AgNO_3$ のそれぞれの重量からモル数 $[NaNO_3]$ と $[AgNO_3]$ を算出して、

$$\text{mol\%} = \frac{[AgNO_3]}{[AgNO_3] + [NaNO_3]} \times 100 \%$$

によって表示されている。

5. 推定値

ここでは、 n_0 と a 及び、 n_b の推定値が示される。伝搬定数 β の測定の光源には、波長 $0.6328 \mu\text{m}$ の He-Ne ガスレーザが用いられた。

5.1 n_0 の推定値

推定された n_0 の推定結果を表 2 に示す。表面屈折率の値は拡散時間には依存せず、希釈度に依存するので、希釈度に対する変化が纏められている。

表 2 基板表面の屈折率 n_0 の希釈度に対する変化

希釈度 [mol %]	0.4	1.5	2.0
n_0 の推定値	1.566	1.579	1.588

5.2 a の推定値

拡散された金属イオンの濃度分布は、希釈度と拡散時間の両方に依存するので、希釈後と拡散時間を変えて製作された全ての導波路で a の値は異なっている。表 3 に推定値が纏められている。

表 3 a [$1/\mu\text{m}$] の推定値

mol%	5分	10分	20分	40分	60分	80分	120分	150分	拡散時間
0.4	-	-	5815	7.224	9.999	11.373	12.482	13.271	
1.5	-	-	6.617	8.157	11.630	12.237	13.061	15.852	
2.0	3.730	5.775	6.685	9.286	11.807	13.333	-	-	

5.3 基板の屈折率 n_b の推定値

基板の屈折率は、イオン源の希釈度、拡散時間の何れにも依存せず一定値であるので、全ての導波路の測定で得られた値の平均を取って推定値とした。平均された結果は、 $n_b=1.517$ となった。

5.4 近似的な指数関数分布

推定されたパラメータを用いて計算された屈折率の指数関数分布の拡散時間に対する変化が希釈度毎に図5~7にそれぞれ示されている。

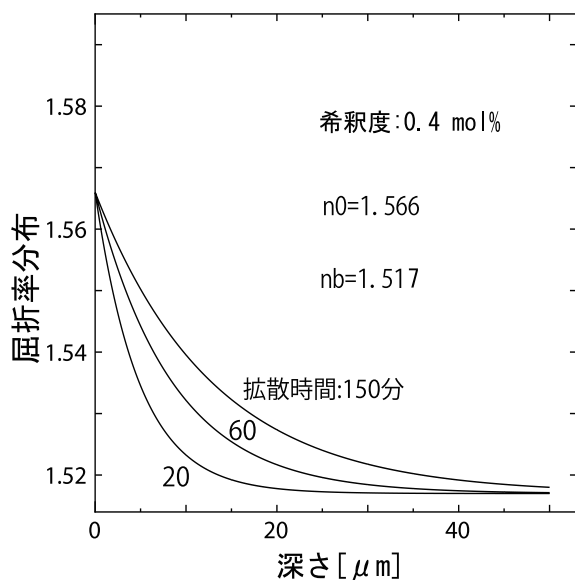


図5 希釈度：0.4 mol %

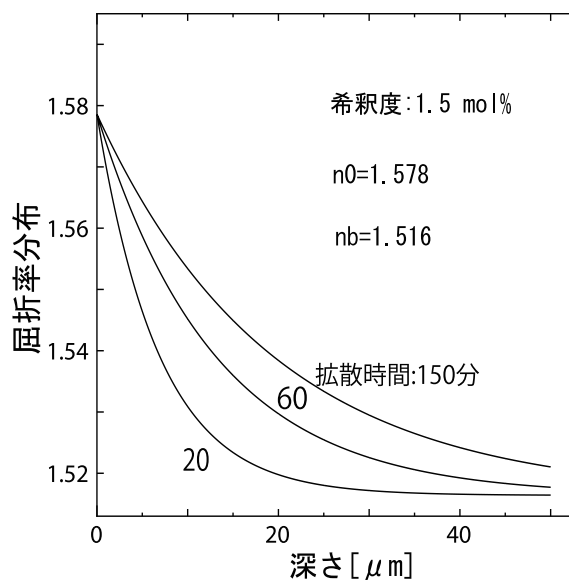


図6 希釈度：1.5 mol %

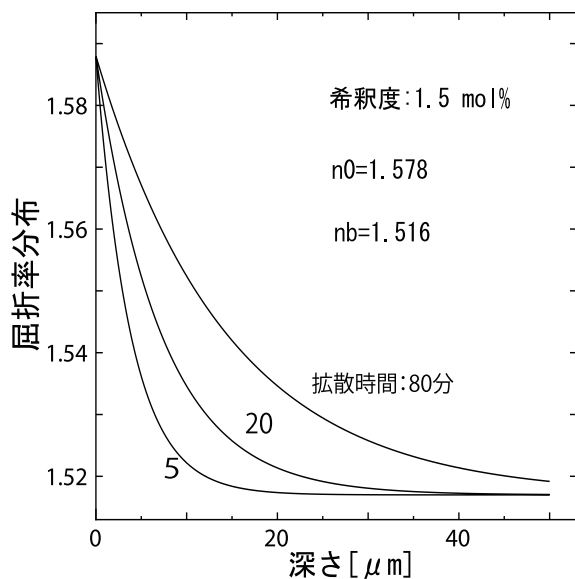


図7 希釈度：2.0 mol %

6. 拡散係数 D の推定

拡散方程式を解いて得られる基板内に拡散された Ag^+ イオン濃度分布より得られる屈折率分布は、 t を拡散時間として、

$$n(x, t) = (n_0 - n_b) \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) + n_b \quad (22)$$

と表される。屈折率の厳密な分布を与えるこの式には拡散係数が未知数として含まれている。 D の値を推測できれば、拡散時間が変化しても厳密な分布を得る事が可能となる。

拡散係数 D の値は、拡散方程式を解く事によって得られた厳密な屈折率分布を、推定されたパラメータによって計算される指数関数分布にフィッティングさせる事によって推定される。即ち、 erfc -分布と考えている希釈度と拡散時間での \exp -分布との差が最小となるように未知数である D の値を決める。図8には、 D を変えて計算された2つの分布の差の2乗積分の値のプロットの一例が示されている。曲線が極小を取る位置での D の値が求める推定値となる。

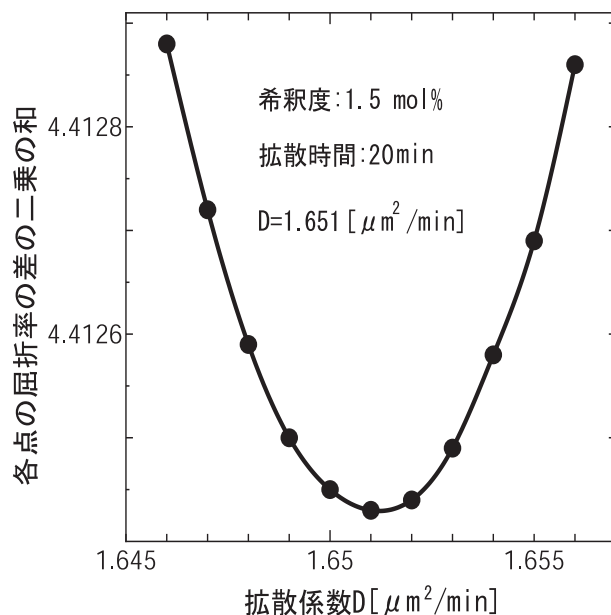


図8 erfc 曲線と \exp 曲線の差の2乗の D の値に対する変化

この方法で得られた D の推定値は、表4に希釈度に対する変化としてまとめられている。 D の値は希釈度に依存するが、拡散時間には依存しないとして、各希釈度で異なる拡散時間で作られた導波路から得られた推定値の平均をその希釈度での推定値とした。

表4 D の推定値

mol %	0.4	1.5	2.0
D [$\mu\text{m}^2/\text{min}$]	0.833	1.668	1.755

図9～11には、得られた D の値を基にして拡散方程式を解いて得られた屈折率分布が、希釈度毎に拡散時間を変えてプロットされている（実線）。フィッティングに用いられた指数関数分布も同時にプロットされている（破線）。

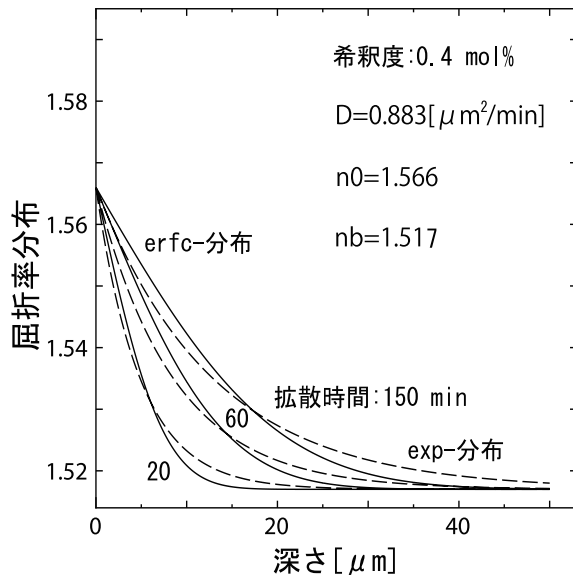


図9 希釈度：0.4 mol %

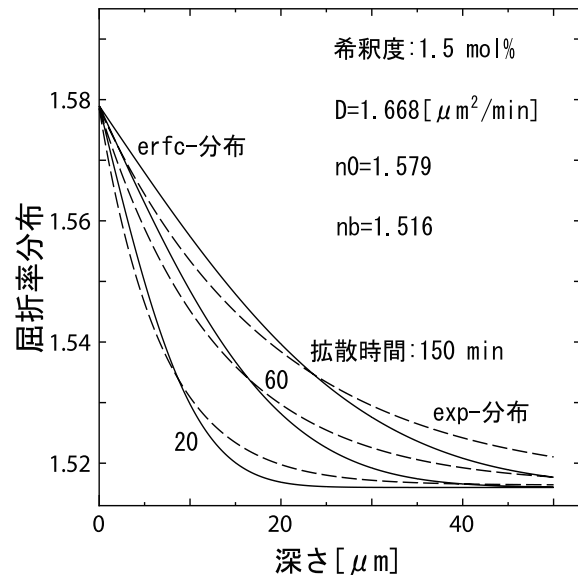


図10 希釈度：1.5 mol %

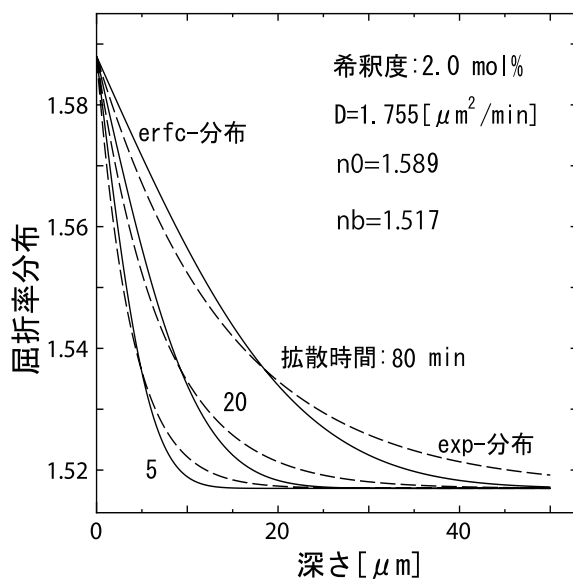


図11 希釈度：2.0 mol %

7. チャネル導波路断面のイオン分布

2次元の断面をもつチャネル導波路は、導波路部分がスリット状に開いた金属薄膜の拡散防止マスクを基板表面に作成して、イオン源に浸して作られる。このようなスリット状の開口から拡散したイオンの基板内の2次元分布は、図12に示す基板断面の構造に対す

る 2 次元の拡散方程式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) C = \frac{1}{D} \frac{\partial C}{\partial t} \quad (23)$$

を解くことによって得られる。開口スリットの境界では $C(0, y) = 1$, ($|y| < W/2$)、金属マスク下の基板表面では $C(0, y) = 0$, ($|y| > W/2$) の Dirichlet 条件を与えると、基板内部 ($x < 0$) のイオン濃度分布は、

$$C(x, y, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2\sqrt{Dt}}}^{\infty} e^{-\xi^2} \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{\xi}{x} \left(y + \frac{W}{2} \right) \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{\xi}{x} \left(y - \frac{W}{2} \right) \right] \right\} d\xi \quad (24)$$

によって計算することができる [1]。図 13 には得られた D の値を用いて計算された 2 次元断面内の拡散によって生じた Ag^+ イオン分布の計算例が示されている。

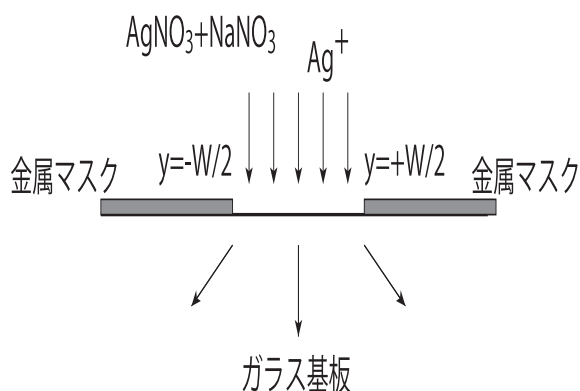
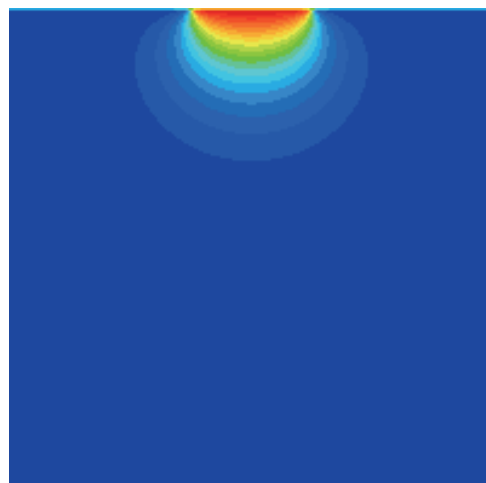
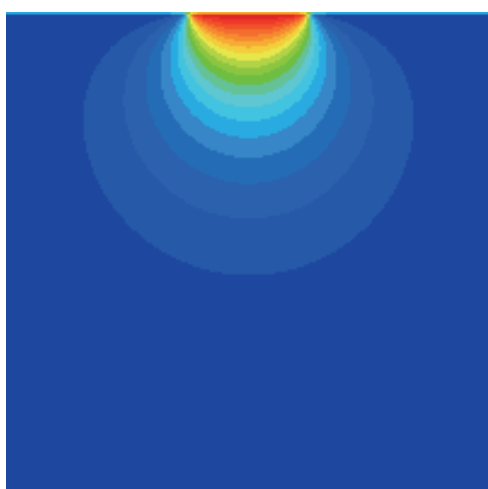


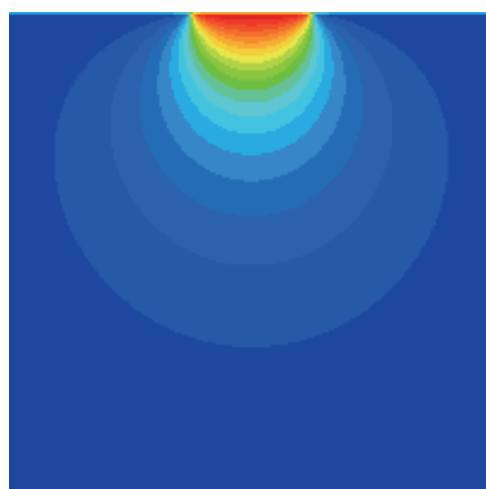
図 12 拡散時の基板断面



(a) $t=10$ min.



(b) $t=40$ min.



(c) $t=80$ min.

図 13 2 次元拡散で形成されたイオン分布 (希釈度 : 2 mol %)

8. n_{eff}^2 のプロットの読み取りに関する検討

(1) n_0 の推定するための近似直線 (図3)

幾つのモードの n_{eff} の測定値を用いて直線を近似するかで、 n_0 の推定値は厳密には異なる。しかし、上で示した推定の範囲では、近似に用いるモードの数に対する n_0 の変化は緩慢で、低次モードから数個 (4~6 個) の測定値を用いることによって安定に推定できる。

(2) n_b の推定のための2次関数近似 (図4)

一方、図4の2次関数のプロットに於いては、プロットに用いるモード数を変えると、 n_b の推定値は変動する。図14にはプロットに用いたモード数に対する n_b の推定値の変化の例がプロットされている (希釈度: 0.4 mol %)。図の横軸は、最高次のモードから数えてプロットに使ったモード数である。図には高次モードから数えて、3 個のモードの n_{eff} の値を使った結果 (図では最も左側) から、14 個のモードの測定値を使った結果 (図の最も右側) がプロットされている。

使った測定値が少ない場合 (図の左の領域) では、測定値に含まれる誤差の影響が大きく現れ、推定値に大きな変動が見られる。一方、過剰な数を使った場合 (図の右側の領域) には、低次モードの n_{eff} の値も使われるので、近似が悪くなると予想される。中間の個数の領域には、モード数に対して推定値の変動幅が小さい領域が存在する。 n_b の値はモードに依存しない量であることに留意して、破線で示されている変動の少ない領域での値の平均を取って推定値としている。

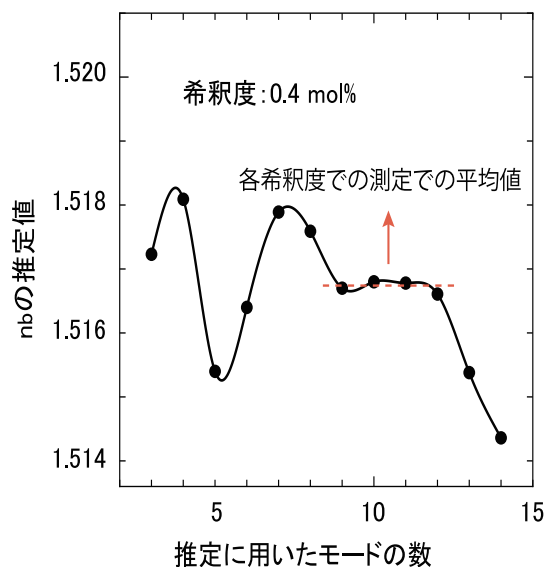


図14 2次曲線の近似に用いられるモード数に対する n_b の推定値の変化

9. あとがき

Soda-lime ガラス基板に Ag^+ イオンを拡散して作られる導波路の屈折率分布を決定するパラメータの値と基板の屈折率を同時に推定できる簡便な方法を示した。さらに、推定さ

れたパラメータの値より、 Ag^+ イオンのガラス基板内の拡散係数の値も推定し、与えられた任意の拡散時間に対する屈折率分布を与えた。

推定された基板表面の屈折率と基板の屈折率、および、イオンの拡散係数の値を用いることによって、チャンネル導波路の2次元断面内の分布も容易に得ることができ、本法は導波路の設計・製作に有効に利用できると思われる。

文献

- [1] K.Kishioka, "Determination of Diffusion-Parameter Values in K^+ -Ion Exchange Waveguides Made by Diluted KNO_3 in Soda-Lime Glass", IEICE Trans., Electron. Vol-E78-C, No.10, pp.1409-1418, 1995.
- [2] G.L.Yip, P. C. Noutsios, and K.Kishioka, "Characteristics of optical waveguides made by electric-fieldn-assisted K^+ -ion exchange", Opt., Lett., Vol.15, no.14, pp.789-791, 1990.
- [3] 岸岡、立川 ; "BK-7 ガラス基板に希釈 AgNO_3 で作られる拡散導波路のパラメータ推定"、電気学会論文誌 C 分冊、Vol.123, No.2, pp.381-382, 2003.
- [4] J. M. White and P. F. Heidrich, "Optical waveguide refractive index profiles determined from measurement of mode indices: A simple analysis", Appl. Opt., Vol.15, No.1, pp.151-155, Jan. , 1976.
- [5] 岩田、岸岡、"希釈硝酸銀で作られた拡散光導波路のパラメータ推定", 輻射科学研究会資料, RS15-14 (2016 年 3 月).
- [6] C. Vassallo; "Optical Waveguide Concepts", Elsevier, pp.115-116, 1991.