

希釈 AgNO_3 で作られる拡散導波路の パラメータ推定と屈折率分布の計算

岸 岡 清[†]立 川 由 佳[‡]

Diffusion parameters of the Ag^+ -ion diffused waveguides
made by diluted AgNO_3 salts

Kiyoshi KISHIOKA[†]Yuka TACHIKAWA[‡]

Abstract

In this paper, the diffusion-parameter values of the surface-index change and the diffusion coefficient of the dopant-ion in the diffused waveguides made by diluted AgNO_3 salts with NaNO_3 in the BK7-glass substrate are determined from the measured effective indices.

The parameter determinations are made for different four diluted salts of 0.4, 1.5, 2.0 and 5.0 mol %, and the dependences of the surface index-change and the diffusion coefficient of the Ag-ion on the dilution of AgNO_3 in the ion-source bath are given. Based on the determined parameters, the index-distributions in the planer ion-diffused waveguides are calculated, and furthermore, the two-dimensional index-distributions of the channel-guide structures are also calculated by approximately solving the two-dimensional diffusion equation of the Ag-ion concentration with an effective diffusion coefficient and the Green function.

1. ま え が き

希釈塩をイオン源に用いて作られる拡散導波路は、屈折率の制御や屈折率分布の調整ができ、導波路のパラメータの選択度が増し多様な素子への応用が可能である¹⁾。製作の面でも、例えば希釈硝酸カリウム (KNO_3) をイオン源に用いた導波路では、屈折率の上昇が小さいという事を積極的に利用して、導波路の幅を大きくする事によって製作の許容誤差が大幅に改善されている。希釈硝酸銀 (AgNO_3) による拡散導波路に注目すると、基板としてソーダライムガラスを用いた場合については、詳細な特性評価が既に行われている²⁻⁴⁾。それに対して、光学ガラスである BK-7 ガラスは屈折率の波長分散等のパラメータも与えられ、導波路の基板に適しているにもかかわらず、希釈塩で作られた導波路に対する特性評価は報告されていないようである⁵⁻⁶⁾。

本論文では、BK-7 ガラス基板に希釈硝酸銀をイオン源として作られた導波路の拡散パラメータが導波路の等価屈折率の測定値から推定される。また、推定されたパラメータの値を基に深さ方向の屈折率分布が計算される。さらに、チャネル導波路 (2 次元導波路) にも推定されたパラメータの値が適用され、断面内の屈折率分布が計算される。

[†] 大阪電気通信大学 工学部・光システム工学科

2002 年 3 月 29 日受理

[‡] 大阪電気通信大学 工学部 平成 13 年度卒業生

基板中の Ag イオンが多い (濃度が濃い) 場合と少ない (濃度が低い) 場合とでは Ag イオンの拡散速度は違うと推測される. このことが拡散方程式が非線形となる要因となっている. しかし, Ag の濃度がある程度高くなると拡散速度の Ag の濃度依存性は飽和し, 濃度に関係しないようになる. この領域では, 線形な拡散となると期待される. 本論文で取り扱われている希釈度 (0.4 ~ 5.0mol%) の範囲では, Ag の拡散を支配する拡散方程式に強い非線形性が現れる事を明らかにし, このような場合にも適用可能な方法⁷⁾を用いて Ag の自己拡散係数 D_{Ag} と表面屈折率の増加量 Δn_s の値を決定している. これら 2 つのパラメータの希釈度に対する依存性を明らかにすると共に屈折率分布形状の希釈度に対する依存性についても考察している.

2. パラメータ推定の原理

BK-7 ガラス基板に Ag を拡散すると, その深さ方向の Ag イオンの分布は補誤差関数 (erfc) ではなくて, 幾分肩を張った“膨らみ”を持った形状をしている. このことはイオン分布を支配する拡散方程式が非線形であることを示している. 以下では, ドーパントの分布がこのような非線形拡散方程式に従う場合でも適応できる方法によって基板表面の屈折率変化量 Δn_s と Ag の自己拡散係数 D_{Ag} の値を推定する手順が述べられる.

2.1 屈折率分布と非線形拡散方程式

基板表面から拡散される Ag イオンの基板内部の濃度 C は,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D_{Ag}}{1 - \eta C} \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\eta = \alpha \hat{C}_{Ag}(0), \quad \alpha = 1 - \frac{D_{Ag}}{D_{Na}}$$

で与えられる拡散方程式を満足する. ここで, x は基板の深さ方向の座標, t は時間をそれぞれ表している. C は基板表面の値で規格化された Ag のイオン濃度である. 方程式の右辺の相互拡散係数 $D_{Ag}/(1 - \eta C)$ の中に解である C が含まれている事が拡散に非線形性が現われる要因である. ここで, D_{Ag} , D_{Na} はそれぞれ Ag と Na の自己拡散係数である. また, \hat{C}_{Ag} は基板内での Na イオンと交換可能な濃度で規格化された Ag イオン濃度を表している. 基板表面 ($x = 0$) での Ag イオン濃度 \hat{C}_{Ag} は時間に依存しないと仮定して, $\hat{C}_{Ag}(0, t)$ の t を省略して $\hat{C}_{Ag}(0)$ と表示されている. \hat{C}_{Ag} を用いると, 規格化されたイオン濃度 C は $C(x, t) = \hat{C}_{Ag}(x, t)/\hat{C}_{Ag}(0)$ と表される.

拡散による屈折率の増加量が Ag 濃度 C に比例するとして

$$\Delta n(x, t) = \Delta n_s C(x, t) \quad (2)$$

の関係をを用いると, 表面屈折率 Δn_s とイオン濃度分布 C が求まれば屈折率分布 $\Delta n(x)$ が得られる. C には未知数として自己拡散係数 D_{Ag} が含まれるので, 結局 $\Delta n(x)$ を求めるためにはこれらの 2 つの未知数を決定する必要がある. 式 (1) の拡散方程式が D_{Ag} を陽に含んだ形で解析的に解ければ, 導波路のモードの特性方程式に式 (2) を代入する事によって得られる方程式から D_{Ag} に関する項を消去する事ができる. すなわち, Δn_s のみの方程式を得る事ができる. それを解くことによって Δn_s の値と, さらに D_{Ag} の値を得る事ができると期待できる. 推定に用いられる基本式と具体的な手順は 2.2 と 2.3 で述べられる.

厳密には, 式 (2) の屈折率とイオン分布の間の比例関係は, イオンの拡散によって基板内に発生するストレスに起因する複屈折率が関与しない常光屈折率にしか適用できない. すなわち, 式 (2) の Δn は常光屈折率の増加量である. これに伴って, 以下のパラメータの推定で使われる等価屈折率は TE モードに対する測定値である. しかし, 本論文で取り扱われている希釈の範囲では, TE モードと TM モードの等価屈折率の差は小さく實際上無視できる.

なお、ここで言うイオン源の濃度とは、

$$\text{濃度} = \frac{[Ag^+]}{[Ag^+] + [Na^+]} \times 100\%$$

で定義される希釈イオン源中の Ag の mol 濃度である。希釈塩には NaNO_3 が使われている。

2.2 非線形方程式の近似解を用いたパラメータ推定法の基本式の導出

基板内の Ag イオン濃度分布 C は、moment 法を式 (1) に適用してその近似解として

$$C(x, t) = \left(ab - \frac{3}{2}\right) \left(\sqrt{\frac{b}{D_{Ag}t}}x - 1\right)^2 + \left(ab - \frac{5}{2}\right) \left(\sqrt{\frac{b}{D_{Ag}t}}x - 1\right)^3; \quad 0 \leq x \leq \sqrt{\frac{D_{Ag}t}{b}} \quad (3)$$

$$C(x, t) = 0; \quad \sqrt{\frac{D_{Ag}t}{b}} < x$$

と得ることができる⁷⁾。ここで、 a, b は

$$a = -\frac{30}{\eta} \ln(1 - \eta), \quad b = -\frac{A + \sqrt{A^2 + 120\eta(1 - \eta) \ln(1 - \eta)}}{240 \ln(1 - \eta)},$$

$$A = 5(1 - \eta) \ln(1 - \eta) + 18\eta$$

で与えられる。屈折率の増加量が基板内の Ag イオン濃度に比例する事に留意して、

$$\hat{C}_{Ag100\%}(0) : \Delta n_{s100\%} = \hat{C}_{Ag}(0) : \Delta n_s$$

の関係をを用いると、

$$\eta = \hat{\alpha} \frac{\Delta n_s}{\Delta n_{s100\%}}, \quad \hat{\alpha} \equiv \alpha \hat{C}_{Ag100\%}(0)$$

を得る。ここで、 $\Delta n_{s100\%}$ は希釈しない AgNO_3 をイオン源とした場合の表面の屈折率の増加量である。イオン濃度分布 C が求まると、式 (2) より $\Delta n(x, t)$ を求める事ができる。

文献 7) では、 KNO_3 が 100% の場合の表面屈折率の増加量 $\Delta n_{s100\%}$ の値を用いて、 $\hat{\alpha}$ を未知数にして、この値も拡散係数等のパラメータと同時に求められている。本論文では、100% の塩を用いた場合の等価屈折率の測定値がなくても文献 7) の方法が適用できるように $\hat{\alpha}/\Delta n_{s100\%}$ の値を

$$\gamma = \frac{\hat{\alpha}}{\Delta n_{s100\%}}$$

とにおいて、 γ を未知数として取り扱う事にする。すなわち、上の C を与える式において

$$\eta = \gamma \Delta n_s \quad (4)$$

と置き換える事になる。

以下はパラメータの値を推定するために必要な基本式の説明である。WKB 法によって得られる導波モードの特性方程式は

$$k_0 \int_0^{x_t} \sqrt{n^2(x, t) - n_{eff}^2} dx = \left(m + \frac{1}{4}\right) \pi + \phi, \quad m = 0, 1, \dots$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{n_{eff}^2 - 1}{n^2(0, t) - n_{eff}^2}} \right]$$

で与えられる。ここで、 m , n_{eff} はそれぞれモード次数及び等価屈折率を表している。 x_t は転回点 (ターニング・ポイント) である。また、式中の $n(x, t)$ は拡散時間 t の時の屈折率分布を表しており、式 (2) を考慮すると、

$$n(x, t) = \Delta n_s C(x, t) + n_b \quad (5)$$

と表される。 n_b は基板の屈折率である。

モード次数の異なる第 i と j 次の 2 つのモードを考える。それらの特性方程式において $\bar{x} = \sqrt{\frac{b}{D_{Ag}}} x$ の変数変換をすると、

$$k_0 \sqrt{\frac{D_{Ag} t}{b}} \int_0^{\bar{x}_t} \sqrt{[n_b + \Delta n_s C(\bar{x}, t)]^2 - n_{eff}^2} d\bar{x} = \left(i + \frac{1}{4}\right) \pi + \phi \quad (6a)$$

$$k_0 \sqrt{\frac{D_{Ag} t}{b}} \int_0^{\bar{x}'_t} \sqrt{[n_b + \Delta n_s C(\bar{x}, t)]^2 - n_{eff}'^2} d\bar{x} = \left(j + \frac{1}{4}\right) \pi + \phi' \quad (6b)$$

$$C(\bar{x}, t) = \left(ab - \frac{3}{2}\right) (\bar{x} - 1)^2 + \left(ab - \frac{5}{2}\right) (\bar{x} - 1)^3 \quad (7)$$

となる。式中の ' の記号は第 j 次モードに関する量である事を示す。この変数変換によって、元の特性方程式の被積分関数に含まれていた D_{Ag} を積分の外に出す事ができた。式 (6a), (6b) から $k_0 \sqrt{\frac{D_{Ag} t}{b}}$ を消去すると

$$\frac{(i + \frac{1}{4})\pi + \phi}{\int_0^{\bar{x}_t} \sqrt{[n_b + \Delta n_s C(\bar{x}, t)]^2 - n_{eff}^2} d\bar{x}} = \frac{(j + \frac{1}{4})\pi + \phi'}{\int_0^{\bar{x}'_t} \sqrt{[n_b + \Delta n_s C(\bar{x}, t)]^2 - n_{eff}'^2} d\bar{x}} \quad (8)$$

なる Δn_s に関する方程式を得る。

式 (8) 中に含まれる n_{eff} と n_{eff}' に付録の表に与えた等価屈折率の測定値を代入して、方程式を数値的に解いて Δn_s の値を求める事ができる。 Δn_s が求まると、その値を元の特性方程式 (6a) 又は (6b) に代入して拡散係数 D_{Ag} の値も得る事ができる。

実際の推定では、各拡散時間のモードから可能な組み合わせを全て選んで (i と j の組み合わせを変えて)、 Δn_s と D_{Ag} の値を求めて、それぞれの平均を取って推定値としている。さらに、拡散時間を変えて作られた複数の導波路がある場合には、 Δn_s と D_{Ag} の値は拡散時間には依存しないとして各拡散時間で得られた値の平均を取ってその濃度における推定値としている。

上の推定過程の計算で用いられるイオン濃度 C を表す式中には η が含まれている。すなわち、 γ の値によって C が変わるので Δn_s , D_{Ag} の値も γ の値に依存する事になる。このことは、上の推定過程では Δn_s と D_{Ag} の他に γ も未知数として含まれる事を意味する。 γ の値の決定法については 2.3 に述べられる。

2.3 パラメータ推定の手順

もう一つの未知数である γ の値は以下のように決定される。各濃度について上の推定の過程によって求めた D_{Ag} の値について

$$\sigma_{D_{Ag}} = \frac{1}{ND_{Ag}^2} \sum_{k, \ell (k \neq \ell)} (D_{Agk} - D_{Ag\ell})^2$$

の指標を考える。ここで、 k, ℓ は各濃度において求められた拡散係数の全ての値に対してそれらを区別するために付けられた添字である。また、 D_{Ag} は D_{Agk} の平均値であり、 N は D_{Agk} の全個数を表す。これらの指標の値が最小となるように γ の値が決定される。その理由は次の通である：推

定の過程が理想的, すなわち, n_{ff} の測定値に誤差がなく, しかも, γ の値も適切であれば, モードの各組み合わせにより求められる D_{Ag} は全て同じ値となると予想される. 従って, 考えている指標 σ_{Dag} の値は零となる. しかし, 現実には与えられた n_{eff} の値には測定誤差が含まれるため, σ_{Dag} の値は零とはならず, γ の値が適切であれば, 極小となると期待されるからである.

図 1 には, γ の値を変えて得られた $\sigma_{D_{Ag}}$ の値が各濃度についてプロットされている. 各濃度の曲線が極小となる γ の値を読み取る事によって, その濃度についての最適な γ の値を得る事ができる. 表 2 にこのようにして得られた γ の値が示されている.

図の各曲線は最小値を取った後, さらに, γ の値が大きくなると滑らかな変化をしなくなっている. これは, γ の値が大きくなるとモードの組み合わせによっては式 (8) に解を持たなくなり, 平均する Δn_s と D_{Ag} の数が減り, ここで考えている指標 $\sigma_{D_{Ag}}$ の値が不規則な変化をするためである. 極端な場合には, D_{Ag_i} の数が数個にまで減少し, $\sigma_{D_{Ag}}$ の値は零に近くなるが, 真の意味で指標 $\sigma_{D_{Ag}}$ が最小値を取ったと言えない. この理由で曲線が滑らかに変化しない領域を無視して γ の値を決定している.

なお, 同様に計算された Δn_s に対する指標 $\sigma_{\Delta n_s}$ については何れの濃度についても γ に対して単調な変化を示し, 極小値を得られなかった.

以上のパラメータ決定の過程はフローチャートとして図 2 に示されている. (1) γ の値を仮定し, モードの特性方程式から得られる方程式を解いて, Δn_s と D_{Ag} を求め, σ_{Dag} の値を計算する. (2) γ の値を変えながらこの過程を繰り返し, σ_{Dag} の値が最小となる γ の値を決定する. (3) その γ の値を使って Δn_s と D_{Ag} を再び同じ過程で計算し, それで求めた Δn_s と D_{Ag} の値を推定値とする. 以上の (1)-(3) の過程によってパラメータの値が推定される.

表 2 γ の値

mol[%]	0.4	1.5	2.0	5.0
γ	34.0	17.5	16.5	12.0

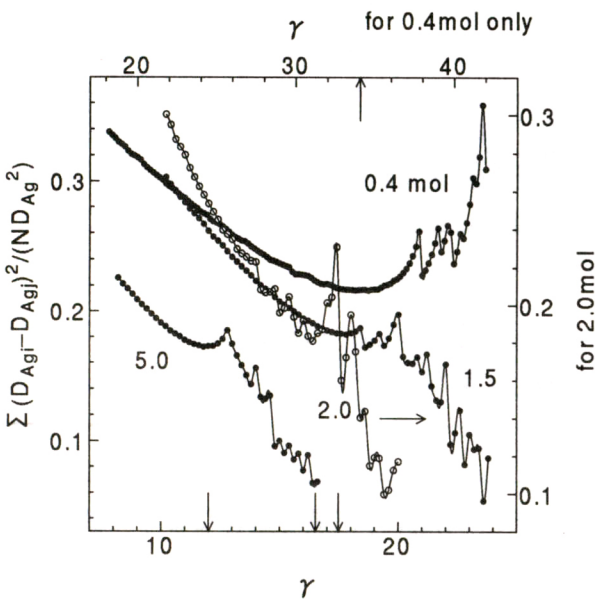


図 1 γ に対する $\sigma_{D_{Ag}}$ の変化

パラメータ推定のフローチャート

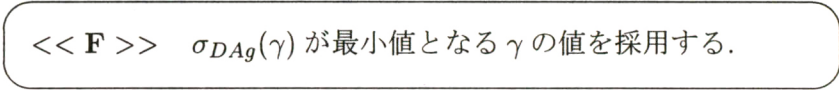
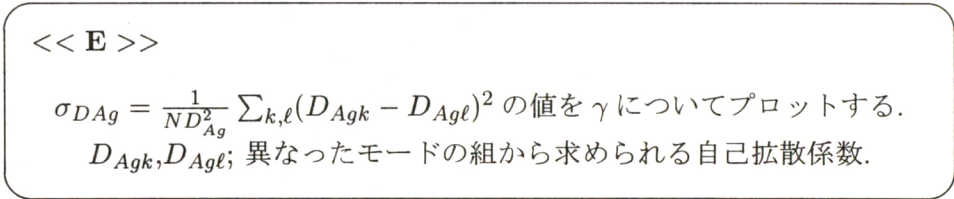
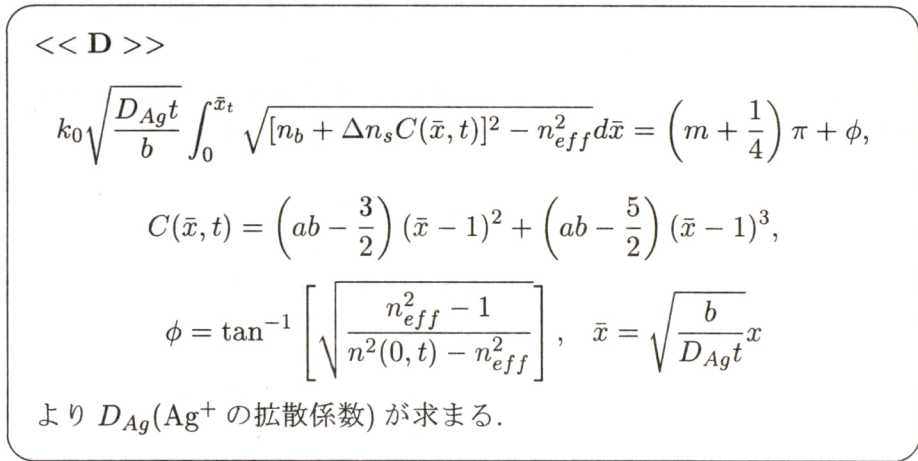
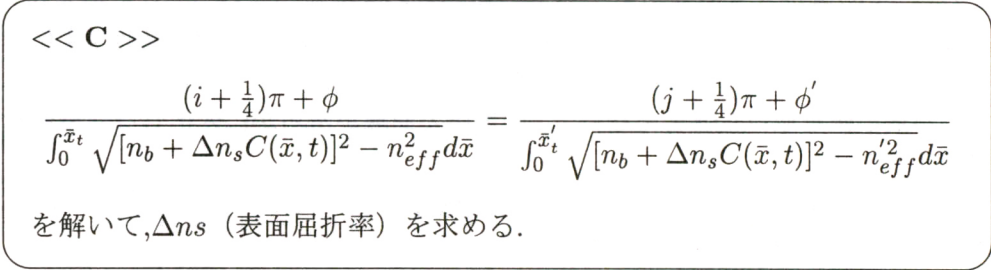
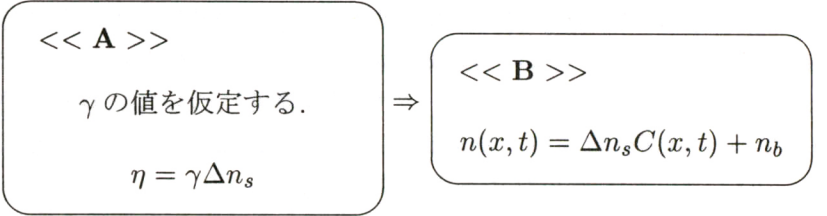


図 2 パラメータ推定のフローチャート

3. Δn_s と D_{Ag} の推定値

前節の計算の手順で推定された Δn_s と D_{Ag} の値を表 3 に示す. 表には推定値が AgNO_3 の各濃度 (mol%) について示されている. また, 比較のために同じ等価屈折率の測定値 (付録の表) を用いて IWKB 法⁸⁾ で求められた Δn_s の値も示されている. 表中に示されている精度は, 各濃度においてモードの組み合わせを変えて得られた値の標準偏差である.

表 3 Δn_s と D_{Ag} の推定値

mol[%]	Δn_s	$D_{Ag}[\mu\text{m}^2/\text{min}]$
0.4	$(2.5004 \pm 0.0009) \times 10^{-2}$ $2.2213 \times 10^{-2}(\text{IWKB})$	$(0.65 \pm 0.01) \times 10^{-1}$ —
1.5	$(4.8729 \pm 0.0009) \times 10^{-2}$ $4.3748 \times 10^{-2}(\text{IWKB})$	$(0.97 \pm 0.01) \times 10^{-1}$ —
2.0	$(5.5238 \pm 0.0009) \times 10^{-2}$ $5.2633 \times 10^{-2}(\text{IWKB})$	$(1.06 \pm 0.01) \times 10^{-1}$ —
5.0	$(6.8493 \pm 0.0009) \times 10^{-2}$ $6.6308 \times 10^{-2}(\text{IWKB})$	$(1.43 \pm 0.01) \times 10^{-1}$ —

上の表の推定値をイオン源の濃度に対してそれぞれプロットして, その曲線を $y = A_0 + A_1 \cdot \ln(\text{mol} \%)$ でフィッティングすると, 各定数は

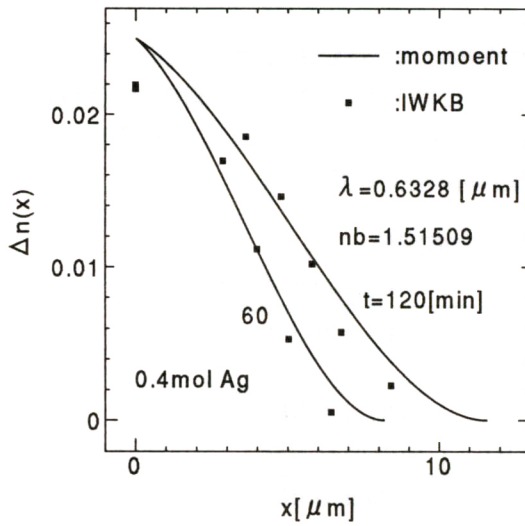
$$\begin{aligned} \Delta n_s : \quad & A_0 = 4.157415 \qquad A_1 = 1.739485 \\ D_{Ag} : \quad & A_0 = 8.915750 \times 10^{-1} \quad A_1 = 3.034447 \times 10^{-1} \end{aligned}$$

で与えられる. 上式の y はそれぞれ, Δn_s または, D_{Ag} である.

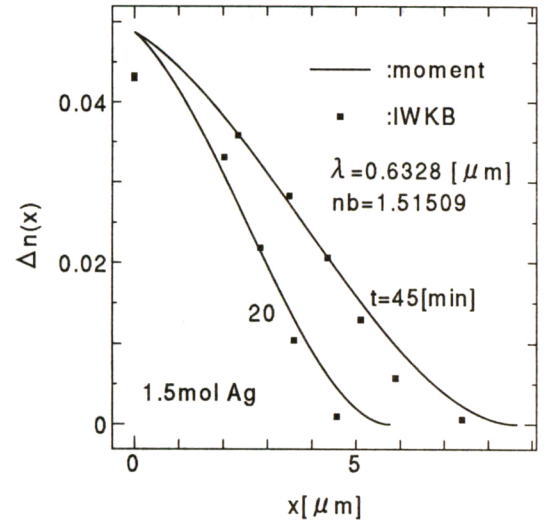
4. 屈折率分布 (1 次元)

ここでは, 推定された Δn_s と D_{Ag} の値を基に式 (3) で与えられる Ag イオン濃度 $C(x, t)$ を計算して, 式 (2) によって深さ方向 (x 方向) の屈折率変化が求められる.

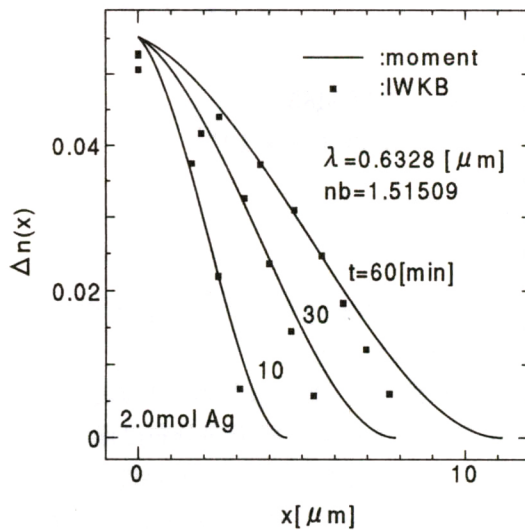
図 3 に各濃度について計算された屈折率分布が示されている. 比較のために IWKB 法によって求められた分布も示されている (図中の四角印). 図を見ると予想通り屈折率分布は僅かに肩を張ったベル・シェープ (半分) の形状をしている事が判る. 形状の濃度に対する依存性を見ると, 希釈度が高い (濃度が低い) ほど肩の“膨らみ”が大きく, 補誤差 (erfc)-分布からの違いが大きい事も判る. これは, ソーダ・ライムガラス基板に希釈 KNO_3 で作られる導波路の屈折率分布の希釈度に対する依存性⁷⁾ とは逆の傾向を示している.



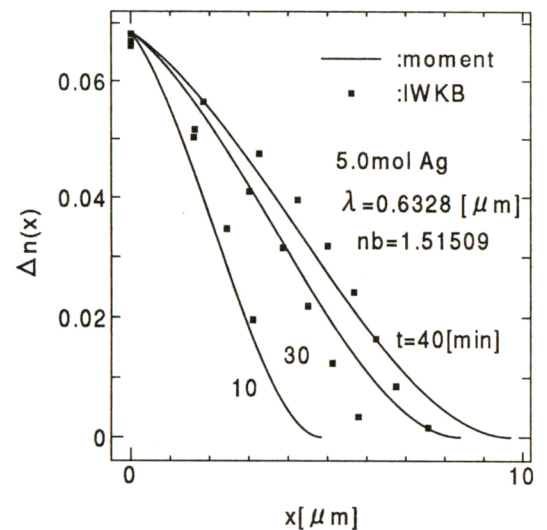
(a) 0.4mol



(b) 1.5mol



(c) 2.0mol



(d) 5.0mol

図3 各濃度の屈折率分布の例

5. チャネル導波路 (2 次元) の屈折率分布の計算

この節では、非線形 2 次元の拡散方程式を実効的な拡散係数を用いて線形化して近似的に解いて、チャネル導波路の断面内のイオン分布が求められる。以下に、実効拡散係数の求め方と、線形化された 2 次元拡散方程式を Gree 関数を用いて解いて得られるイオン分布の計算結果が示される。

5.1 実効拡散係数の値

4 節では Ag の自己拡散係数 D_{Ag} の値を推定して、その値を moment 法によって求められた 1 次元拡散方程式の近似解 (式 (3)) に代入する事によって基板内の Ag イオン濃度を求めた。しかし、チャネル導波路では、式 (3) のような断面内の 2 次元のイオン濃度分布を求めるための適切な近似

式が得られていない。すなわち、2次元拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{D_{Ag}}{1 - \eta C} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{D_{Ag}}{1 - \eta C} \frac{\partial C}{\partial y} \quad (9)$$

の適切な近似解が見つかっていないと言う事である。方程式内に含まれている相互拡散係数 $D_{Ag}/(1 - \eta C)$ を実効的な拡散係数 D_{eff} を使って、見かけ上定数と置くことができれば、2次元拡散方程式の解析解を容易に得る事ができる。すなわち、実効的な拡散係数 D_{eff} を用いると2次元拡散方程式は

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{eff} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$

と線形化され、これを解析的に解くとチャンネル導波路断面の2次元の屈折率分布を容易に得る事ができる。

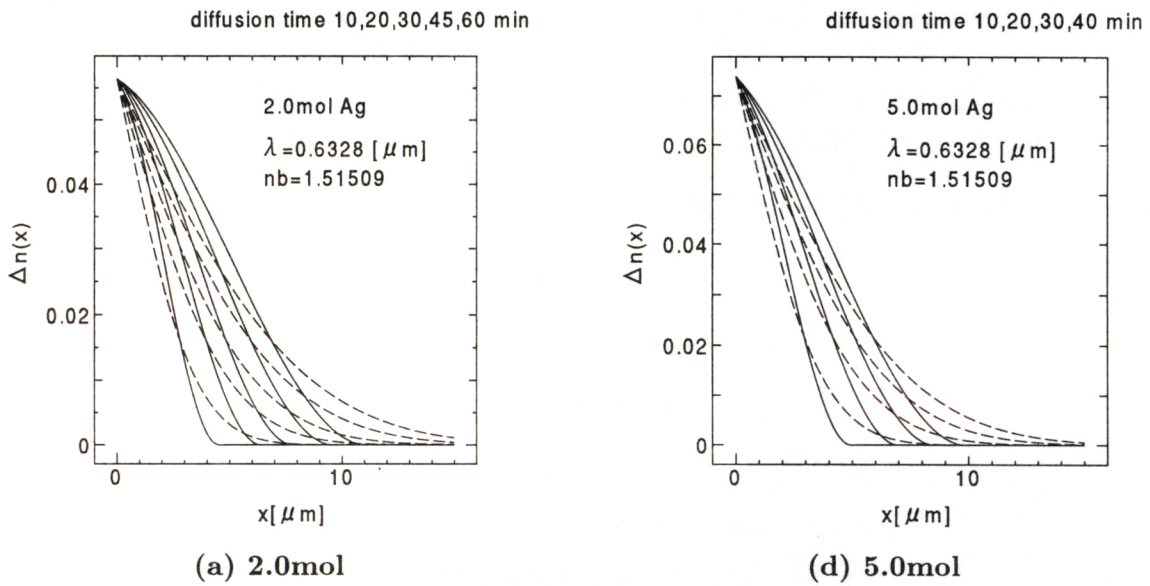


図4 D_{eff} を用いて計算された屈折率分布と moment 法で計算された屈折率分布の比較

D_{eff} の値は1次元の方程式の解を使って以下のようにして決定される。線形近似された1次元拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial C}{\partial x}$$

の解は

$$C = \text{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{D_{eff}t}} \right) \quad (11)$$

で与えられる。これと式(3)で与えられる moment 法の近似式との差の2乗の積分

$$S = 2\sqrt{D_{Ag}t} \left(\int_0^{\frac{1}{2\sqrt{b}}} \left[\left(ab - \frac{3}{2} \right) (2\sqrt{b}X - 1)^2 + \left(ab - \frac{5}{2} \right) (2\sqrt{b}X - 1)^3 \right] - \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{D_{Ag}}{D_{eff}}} X \right) \right]^2 dX + \int_{\frac{1}{2\sqrt{b}}}^{\infty} \text{erfc}^2 \left(\sqrt{\frac{D_{Ag}}{D_{eff}}} X \right) dX \quad (12)$$

を考えて、それに最小値を与える D_{eff} を実効拡散係数の値とする。ここで、 $X = \frac{x}{2\sqrt{D_{Ag}t}}$ と置いた。 S の積分の項には拡散時間 t は含まれず、従って、 S に最小値を与える D_{eff} の値は拡散時間には依存せず、濃度のみ依存する事が判る。このようにして決められた D_{eff} の値が表 4 に与えられている。また、表の値を基に描かれた濃度に対する D_{eff} のプロットのフィティング・カーブを与える式は

$$D_{eff} = A_0 + A_1 \ln(\text{mol}\%), \quad A_0 = 2.678283 \times 10^{-1}, \quad A_1 = 8.451539 \times 10^{-2}$$

で与えられる。

表 4 D_{eff} の値				
mol[%]	0.4	1.5	2.0	5.0
$D_{eff}[\mu\text{m}^2/\text{min}]$	0.1843	0.3023	0.3429	0.3932

図 4 に moment 法によって計算された屈折率分布 (実線) と D_{eff} を使って計算した屈折率分布 (破線) を示す。濃度が 2.0 と 5.0mol% について拡散時間を変えてプロットしてある。濃度が低い (2.0mol) ほど屈折率分布の肩の膨らみが大きくなり、すなわち、補誤差関数-分布との違いが大きくなり、 D_{eff} を用いた近似的な分布との差が大きい事が判る。

5.2 実効拡散係数を用いた屈折率分布の計算

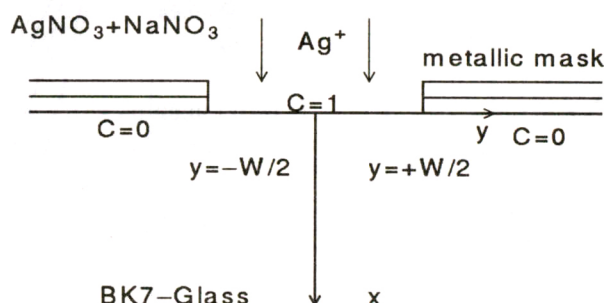


図 5 チャンネル導波路の断面構造

ここでは実効拡散係数を用いて線形化された 2 次元拡散方程式 (式 (10)) を Green 関数を用いて解くことによって得られるチャンネル導波路断面の屈折率分布を示す。

図 5 に考えている導波路断面構造と境界条件 (Dirichlet 条件) が示されている。この境界条件を満足する式 (10) の Green 関数は

$$G = \frac{1}{4\pi(t-t')} \left\{ \exp \left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4D_{eff}(t-t')} \right] - \exp \left[-\frac{(x+x')^2 + (y-y')^2}{4D_{eff}(t-t')} \right] \right\}$$

で与えられる⁷⁾。断面内のイオン濃度分布 $C(x, y, t)$ は Green 関数を用いて、

$$C = \int_{-\frac{W}{2}}^{+\frac{W}{2}} \int_0^t \frac{\partial G}{\partial x'} \Big|_{x'=0} dt' dy' = \frac{1}{\pi d_{eff}} \exp \left[-\left(\frac{x}{d_{eff}} \right)^2 \right] \int_{\frac{W}{2d_{eff}} \left(\frac{2y}{W} - 1 \right)}^{\frac{W}{2d_{eff}} \left(\frac{2y}{W} + 1 \right)} \frac{\exp(-u^2)}{\left(\frac{x}{d_{eff}} \right)^2 + u^2} du$$

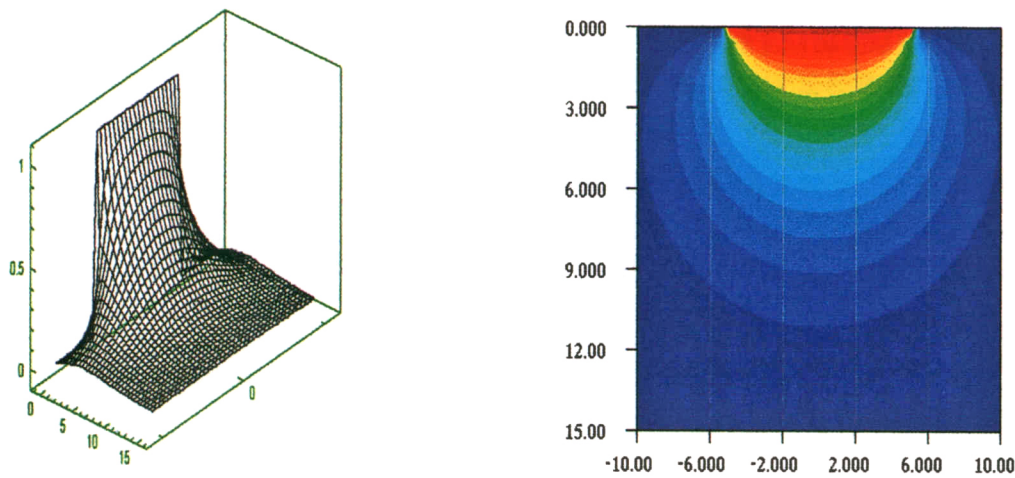
$$d_{eff} = 2\sqrt{D_{eff}t}$$

と表される。これより屈折率分布は

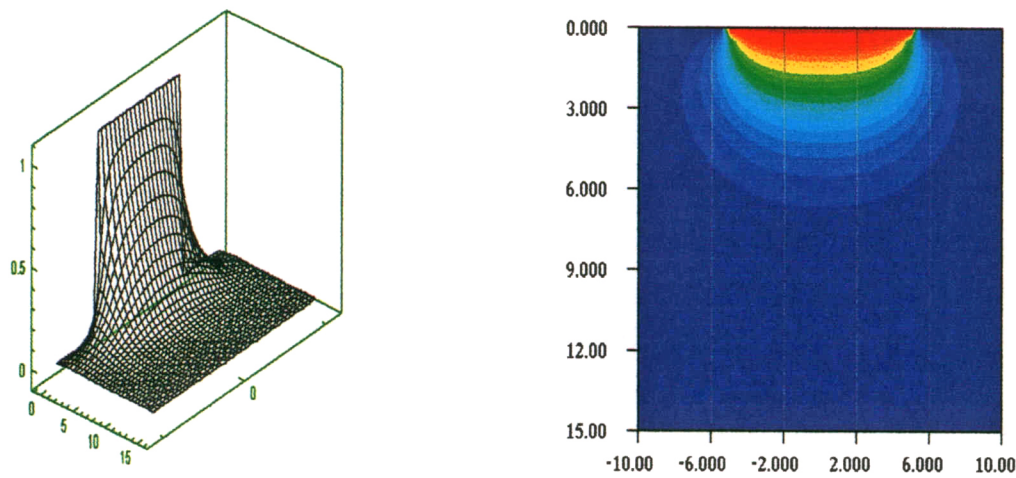
$$\Delta n(x, y, t) = \Delta n_s C(x, y, t)$$

で求められる。

図 6 には例として、(a) 濃度 0.4 mol, 拡散時間 60min 及び、(b) 濃度 1.5 mol, 拡散時間 20min の 2 つの場合に付いて計算された断面内のイオン分布 C が示されている。それぞれ、立体表示と $x-y$ 断面内の濃淡表示が示されている。横方向拡散 (side-way diffusion) によって、イオン拡散防止マスクの下へもイオンが拡散されている事が判る。



(a) 0.4mol $t=60\text{min}$



(b) 1.5mol $t=20\text{min}$

図 6 D_{eff} を用いた線形近似法による 2 次元屈折率分布

6. あとがき

本論文では、BK-7 ガラス基板中に希釈 AgNO_3 をイオン源に用いて作られた拡散導波路の拡散パラメータを推定した。本推定法の特徴を良く知られている IWKB 法による屈折率分布の推定と比べてみると、最も大きな違いは、屈折率分布を決めるドーパント・イオン分布を支配する拡散方

程式中の拡散係数の値も同時に推定される事である。従って、拡散方程式を解くことによって推定された拡散時間以外の屈折率分布も容易に得られる事である。また、IWKB 法では屈折率分布を連続関数として得られないと言う点でも大きな違いがある。IWKB 法以外の従来の方法⁵⁻⁶⁾と比べると、あらかじめ屈折率分布の形状（例えば；Gaussian-, Exp-, erfc-分布等）を仮定することなくパラメータの推定ができる事である。この特徴を生かして、イオン源の濃度による屈折率分布の変化も明らかにする事ができた。

後半部では、2 次元の非線形拡散方程式を実効的な拡散係数 D_{eff} を導入する事によって線形化して、Green 関数を用いて解くことによりチャネル導波路断面の屈折率分布を求めた。近似式ではあるが解析的な表示を与えたので、チャネルの導波路の設計への応用が期待される。

謝辞

付録に与えられた等価屈折率の測定値は、平成 12 年度本学卒業生 砥綿 久徳君の卒業論文から引用したものである。本論文では等価屈折率の測定値は極めて重要な位置を占めており、拡散導波路の製作と丹念な等価屈折率の測定に対して筆者らは砥綿君に心から謝意を表したい。

文献

- 1) K.Kishioka and K.Yamamoto, "Optical filter utilizing the directional coupler composed of the K^+ - and Ag^+ -ion exchange waveguides", IECE Trans., Electron., vol.E79-C, pp.1405-1412 (1979).
- 2) 沢, 小野, 山崎, "希釈硝酸銀融液を用いたガラス製単一モード拡散形チャネル光導波路の作製", 電子情報通信学会論文誌 C, vol.J70-C, no.4, pp.563-566 (1987).
- 3) 沢, 小野, 山崎, "希釈硝酸銀融液を用いた拡散形チャネル光導波路の試作研究", EMT-87-133, pp.79-87 (1987).
- 4) 沢, 小野, 山崎, "希釈硝酸銀融液を用いた単一モード拡散形チャネル光導波路の 2 段階拡散法による作製", 電子情報通信学会論文誌 C, vol.J71-C, no.8, pp.1179-1187 (1988).
- 5) J.E.Gortych and D.G.Hall, "Fabrication of planar optical waveguides by k^+ ion exchange in BK7 glass", Opt.Lett., vol.11, no.2, pp.100-102 (1986).
- 6) J.E.Gortych and D.G.Hall, "Fabrication of planar optical waveguides by k^+ -ion exchange in BK7 and Pyrex Glass", IEEE J.Quantum Electron., vol.QE-22, no.6, pp.892-895 (1986).
- 7) K.Kishioka, "Determination of diffusion-parameter values in K^+ -ion exchange waveguides made by diluted KNO_3 in soda-lime glass", IEICE Trans., Electron., vol.E78-C, no.10, pp.1409-1418 (1995).
- 岸岡 清, "希釈硝酸カリウムを用いて作られた拡散導波路のパラメータ推定", 電磁界理論研究会, EMT-94-121 (1994).
- 8) J.M.White and P.F.Heidrich, "Optical waveguide refractive index profiles determined from measurement of mode indices; a simple analysis", Appl. Optics.vol.15, pp.151-155 (1976).

付録 等価屈折率の測定値

mol%	<i>t</i> [min.]	<i>n_{eff}</i> (測定値/TE モード)					
0.4	60	1.532025	1.526259	1.520401	1.515614		
	90	1.534810	1.530482	1.525574	1.520790	1.517796	
	120	1.533624	1.529690	1.525282	1.520849	1.517368	
1.5	20	1.548181	1.536922	1.525528	1.516048		
	30	1.552129	1.543229	1.534223	1.525165	1.517440	
	45	1.550928	1.543364	1.535695	1.528061	1.520838	1.515691
	60	1.554367	1.547968	1.541688	1.535488	1.529248	1.523229
		1.517558					
2.0	10	1.552534	1.537002	1.521793			
	20	1.564949	1.555361	1.544466	1.533382	1.522517	
	30	1.556726	1.547671	1.538712	1.529597	1.520849	
	45	1.557902	1.550454	1.542985	1.535661	1.528329	1.521168
		1.515393					
	60	1.559057	1.552401	1.546032	1.539778	1.533382	1.527105
5.0		1.521109	1.518638				
	10	1.56536	1.54979	1.53467	1.51958		
	20	1.56528	1.55329	1.54190	1.53064	1.51976	
	30	1.566680	1.556060	1.546590	1.536970	1.527470	1.518510
	40	1.571449	1.562545	1.554654	1.546919	1.539265	1.531510
		1.523652	1.516715				

BK7-Glass, $\lambda = 0.6328[\mu m]$, $n_b = 1.51509$, 拡散温度: 385°C, 精度: $\pm 4 \times 10^{-5}$

