

摂動を含む 3 導波路結合器の Green-関数による解析 - Kerr-効果と電気光学効果による摂動の最適化 -

上ヶ市 実央[†] 岸岡 清[‡]

Analysis of the 3-wave guide directional-coupler with perturbed parameters utilizing by the Green-function -Optimization of the perturbations caused by the Kerr-effect or electro-optical effect-

Mio KAMIGAICHI[†] and Kiyoshi KISHIOKA[‡]

Abstract: This paper describes an analyzing method of three-waveguide directional couplers composed of the nonlinear waveguides, in which the dyadic Green-function is utilized in solving the nonlinear coupled mode equations.

The formula using the dyadic Green-function is applied to parameter designs in nonlinear devices, and in order to show the usefulness of the derived formula, it is demonstrated that the profile of propagation constant differences varying along the propagation axis can be easily optimized. Designed operation characteristics with optimized parameters are also performed in a power divider working in the wide-range input light-power, light switch operating by the input light power, and light power filter in which light output is gotten in the desired narrow input power range.

Advantages of nonlinear three-guide couplers are also discussed in the point view of the comparison with the nonlinear two guide couplers.

[†]大阪電気通信大学 学術研究員

[‡]大阪電気通信大学 工学部・電子機械工学科

1 まえがき

方向性結合器 (Directional Coupler) は、光導波路で構成される光集積回路を構成する基本的で、かつ、高機能な素子の一つとして、目的に合った種々の構造が提案され、その機能も多岐に及んでいる [1][2]。方向性結合器に、目的に合った機能を持たせるためには、各導波路を伝搬するモードの伝搬定数に差を持たせ、その伝搬定数差 (位相不整合量) の伝搬軸に沿った分布を調整する方法が有効とされている。

一方、方向性結合器の特性の把握やパラメータの設計には、モード結合理論が広く使われている。結合理論は、解析的な手法であることに加えて、各導波路のモード振幅の伝搬軸に沿った変化を容易に得られるので、結合器の動作を把握し易いと言う特長を備えている [3]。しかし、伝搬軸に沿って変化する位相不整合量を持つような結合器の特性の解析や、さらには、所望の機能を実現するための位相不整合量の最適分布を得るためには、伝搬軸方向の依存性を持ったパラメータを含む結合方程式の解法が必要となり、不変なパラメータを持つ結合器のように容易ではない。特に、光学非線形性を呈する材料で構成される非線形方向性結合器では、結合方程式は、位相不整合量の変化が解であるモード振幅の関数となる非線形結合方程式となり、解法は容易ではない。

このような困難さを解決するために、筆者らは既に 2 導波路結合器に於いて、伝搬軸に沿って位相不整合量が増える非線形結合方程式の解を Green-関数を用いて定式化し、Green-関数で表現された解は結合器の動作の物理的な把握が容易なことに加えて、所望の特性を実現するパラメータの最適設計が容易に行えることを示した [4][5]。3dB-パワーデバイダや光-光スイッチ等の基本的な非線形素子のパラメータ設計が容易に行える事を計算機シミュレーションによって示し、Green-関数を用いた非線形結合方程式の解の表現の有用性を確認している。

本論文では、結合方程式の解の Green-関数表現の 3 導波路結合器の特性解析とパラメータ設計への応用を試みている。3 導波路結合器は 2 導波路結合器に比べて多様な動作機能を期待できる反面、構造が複雑になった分だけパラメータが増え、各パラメータ間の関係も煩雑になる。Green-関数を用いることにより、見通し良く特性解析とパラメータ設計が可能であることを示している。

3 導波路結合器は伝搬軸に対して不変な位相不整合量 Δ_0 の与え方によって、2 つの構造に分けて取り扱うのが便利である。一つは、中央の導波路に対する両側の導波路の位相不整合量が奇対称となる”奇対称構造” (Δ_0 が異符号)、もう一つは、対称となる”偶対称構造” (Δ_0 が同符号) である。この 2 つの構造に対して、それぞれ Green-関数が導出され、それらを用いた解の表現を与えている。

導出された解を非線形方向性結合器に適用して、3 分岐パワーデバイダ、光-光スイッチ等のデバイスのパラメータの最適設計を行い、所望の特性が得られることを示している。

さらに、LiNbO₃ 基板中に Ti の熱拡散によって作成された方向性結合器に装荷された電極によって、伝搬軸に沿う位相不整合量の分布を与えることによって作られる光制御素子の設計も試みている。所望の特性を得るために伝搬軸に沿って分割された各小区間電極に与えるべき電圧分布が設計されている。設計例として、波長広帯域パワーデバイダ、波長分波器の特性が示されている。

2 3導波路結合器の構造と動作

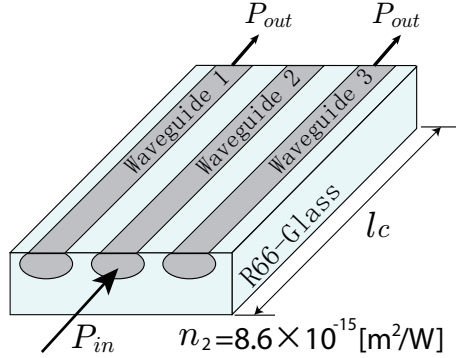


図1：非線形結合器の例

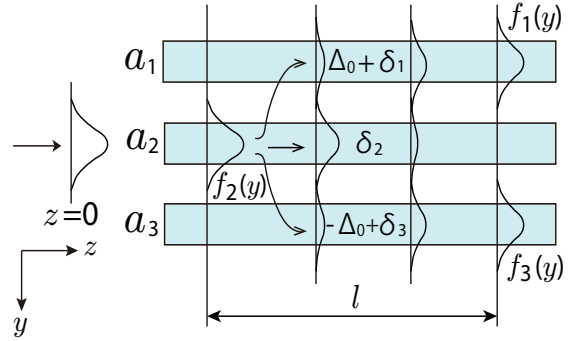


図2：パワー移行の様子

図1に、本論文で取り扱われる非線形3導波路結合器が示されている[6]。光学非線形性(Kerr-効果)を有するフィルタガラス(R66-Glass)を基板として、導波路となる高屈折率部分は K^+ イオンの熱拡散によって形成されている。図中の n_2 はR66-Glassの非線形屈折率で、これを用いると、屈折率変化 Δn は光強度 I との積として $\Delta n = n_2 I$ で与えられる。 n_2 には単位があり、光強度を $[W/m^2]$ で与えると、その単位は $[m^2/W]$ となる。

図2には、3導波路結合器の導波路間で起こるパワー移行の様子が模式的に描かれている。中央の導波路に光が入射された場合が想定されており、光が伝搬するにつれて両側の導波路へと移行する様子が描かれている。図のように導波路の位相整合が取れている場合は、入射された光パワーは両側の導波路に等分配される。図には描かれていないが、端の導波路に入射された場合には、反対側の導波路に完全にパワーが移行する。中央の導波路への移行量は入射パワーの $1/2$ に止まる。このように、3導波路結合器では2導波路結合器には現れない多様な動作を期待することができる。さらに、導波路間の位相不整合量 Δ_0 (z に対して不変量)と $\delta(z)$ (z に対する変化量)を加味すると、多機能な動作が期待される。

図2の a_i , ($i = 1, 2, 3$)は各導波路のモード振幅を表しており、これらは、結合により伝搬軸(z 方向)に沿って変化している。その変化を記述するのが結合方程式である。結合方程式には、導波路間の結合の強さを表す結合係数の他、位相不整合量 Δ_0 とその変動成分 $\delta(z)$ が含まれる。その解法については次節以降で述べられる。

Green-関数を用いた結合方程式の解法では、位相不整合量 $\delta(z)$ を摂動と捉え、それらを波源と見なした摂動解が必要である。非摂動解は、不変な位相不整合量 Δ_0 が中央導波路に対して奇対称(異符号)で与えられる構造と、偶対称(同符号)で与えられる構造について、それぞれ求められる。構造の違いに応じて、2つのGreen-関数が導出される。

3 設計に用いる基本式の導出

3.1 奇対称構造

3.1.1 非摂動系の結合方程式の解法

奇対称では、両側の導波路（導波路1と3）と中央の導波路（導波路2）の間の位相不整合量 Δ_0 が異符号で与えられるので、結合方程式は、

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{a}}}{\partial z} = -j \begin{pmatrix} \Delta_0 & c & 0 \\ c & 0 & c \\ 0 & c & -\Delta_0 \end{pmatrix} \bar{\mathbf{a}} \equiv -j \hat{c} \bar{\mathbf{a}} \quad (1)$$

となる。式(1)の解は、結合係数行列の固有ベクトルを $|e_i\rangle$, ($i = 1, 2, 3$) とし、 $|e_i\rangle$ に対する固有値を σ_i と表すと、 $|e_i\rangle \exp[-j\sigma_i z]$, ($i = 1, 2, 3$) はそれぞれ結合方程式を満たす。従って、結合方程式の解はこれらの線形結合として、

$$\bar{\mathbf{a}}(z) = g_1 \exp[-j\sigma_1 z] |e_1\rangle + g_2 \exp[-j\sigma_2 z] |e_2\rangle + g_3 \exp[-j\sigma_3 z] |e_3\rangle \quad (2)$$

と表される。ここで、 g_i , ($i = 1, 2, 3$) は境界条件から決まる定数である。固有値 σ_i とそれらに属する固有ベクトル $|e_i\rangle$ はそれぞれ、

$$\sigma_i = 0, \quad \pm \sqrt{\Delta_0^2 + 2c^2} \equiv \pm q$$

$$|e_1\rangle = \frac{1}{q} \begin{pmatrix} c \\ -\Delta_0 \\ -c \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \frac{1}{2q(q - \Delta_0)} \begin{pmatrix} 2c^2 \\ 2c(q - \Delta_0) \\ (q - \Delta_0)^2 \end{pmatrix}, |e_3\rangle = \frac{1}{2q(q + \Delta_0)} \begin{pmatrix} 2c^2 \\ -2c(q + \Delta_0) \\ (q + \Delta_0)^2 \end{pmatrix}$$

と与えられる。ここで、固有ベクトルは大きさを1に規格化されているため、 $\langle e_i | e_i \rangle = 1$ を満足している。 g_i の値は以下のようにして決めることができる：

$z = 0$ と置くと、

$$\bar{\mathbf{a}}(0) = (|e_1\rangle \ |e_2\rangle \ |e_3\rangle) \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} \equiv \hat{T} \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

の関係が得られる。これより、

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = \hat{T}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(0) \quad (4)$$

のように初期振幅を用いて与えることができる。

\hat{T}^{-1} は、結合係数行列 \hat{c} が対称であることに留意して以下のように得ることができる：

$$\hat{c} |e_i\rangle = \sigma_i |e_i\rangle$$

の関係が成立するので、両辺の転置を取ると、

$$\langle e_i | \hat{c}^t = \sigma_i \langle e_i |$$

の関係が得られる。さらに、

$$\hat{c}^t = \hat{c}$$

を考慮すると、

$$\langle e_i | \hat{c} = \sigma_i \langle e_i |$$

が成立し、固有ベクトルの転置ベクトル $\langle e_i |$ は \hat{c} の左固有ベクトルでもあることが判る。しかも、固有ベクトルは互いに直交関係を満たすことに留意すると、 \hat{T}^{-1} は規格化左固有ベクトル ($\langle e_i |$) を用いて、

$$\hat{T}^{-1} = \begin{pmatrix} \langle e_1 | \\ \langle e_2 | \\ \langle e_3 | \end{pmatrix} \quad (5)$$

と表される。

式 (4) と (5) を用いると、伝搬軸に沿う任意の位置 z での振幅は、

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{a}}(z) &= \hat{T} \text{diag}(e^{-j\sigma_1 z} \quad e^{-j\sigma_2 z} \quad e^{-j\sigma_3 z}) \hat{T}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(0) \\ &\equiv \hat{F} \bar{\mathbf{a}}(0) \end{aligned} \quad (6)$$

のように表される。 \hat{F} は伝送行列と呼ばれるモード振幅の伝搬を表す行列である。

伝送行列 \hat{F} を左右固有ベクトルで書くと

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} \frac{c}{q} & \frac{c^2}{q(q-\Delta_0)} e^{-jqz} & \frac{c^2}{q(q+\Delta_0)} e^{jqz} \\ -\frac{\Delta_0}{q} & \frac{c(q-\Delta_0)}{q(q-\Delta_0)} e^{-jqz} & -\frac{c(q+\Delta_0)}{q(q+\Delta_0)} e^{jqz} \\ -\frac{c}{q} & \frac{(q-\Delta_0)^2}{q(q-\Delta_0)} e^{-jqz} & \frac{(q+\Delta_0)^2}{q(q+\Delta_0)} e^{jqz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{c}{q} & -\frac{\Delta_0}{q} & -\frac{c}{q} \\ \frac{c^2}{q(q-\Delta_0)} & \frac{c(q-\Delta_0)}{q(q-\Delta_0)} & \frac{(q-\Delta_0)^2}{2q(q-\Delta_0)} \\ \frac{c^2}{q(q+\Delta_0)} & -\frac{c(q+\Delta_0)}{q(q+\Delta_0)} & \frac{(q+\Delta_0)^2}{2q(q+\Delta_0)} \end{pmatrix}$$

のようになる。伝送行列 \hat{F} の要素 f_{ij} を計算すると、

$$f_{11} = \left(\frac{c}{q}\right)^2 + \left(\frac{q^2 + \Delta_0^2}{2q^2}\right) \cos qz - j \left(\frac{\Delta_0}{q}\right) \sin qz$$

$$f_{12} = -\frac{c\Delta_0}{q^2} + \frac{c\Delta_0}{q^2} \cos qz - j \left(\frac{c}{q}\right) \sin qz = f_{21}$$

$$f_{13} = -\left(\frac{c}{q}\right)^2 + \left(\frac{c}{q}\right)^2 \cos qz = f_{31}$$

$$f_{22} = \left(\frac{\Delta_0}{q}\right)^2 + 2 \left(\frac{c}{q}\right)^2 \cos qz$$

$$\begin{aligned}
f_{23} &= \frac{c\Delta_0}{q^2} - \left(\frac{c\Delta_0}{q^2}\right) \cos qz - j \left(\frac{c}{q}\right) \sin qz = f_{32} \\
f_{33} &= \left(\frac{c}{q}\right)^2 + \frac{q^2 + \Delta_0^2}{2q^2} \cos qz + j \left(\frac{\Delta_0}{q}\right) \sin qz \\
q &= \sqrt{2c^2 + \Delta_0^2}
\end{aligned}$$

となる。

3.1.2 Green-関数を用いた摂動項を含む結合方程式の解

ここでは摂動項を含む結合方程式の Green-関数を用いた解法が述べられる。 z に対して不変な位相不整合量 $\pm\Delta_0$ に加えて、 z に対して変化する位相不整合量 $\delta_i(z)$, ($i = 1, 2, 3$) がある結合器を考える。 δ の添え字は各導波路の量であることを示している。このような z に対して変化する摂動を有する結合器の結合方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{a}(z) = -j \begin{pmatrix} \Delta_0 + \delta_1(z) & c & 0 \\ c & \delta_2(z) & c \\ 0 & c & -\Delta_0 + \delta_3(z) \end{pmatrix} \mathbf{a}(z) \quad (7)$$

で与えられる。この方程式の係数行列を非摂動項と摂動項に分けて、非摂動項を左辺に残して、摂動項を右辺に移項すると、

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{a}(z) + j \begin{pmatrix} \Delta_0 & c & 0 \\ c & 0 & c \\ 0 & c & -\Delta_0 \end{pmatrix} \mathbf{a}(z) = -j \begin{pmatrix} \delta_1(z) & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2(z) & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3(z) \end{pmatrix} \mathbf{a}(z) \quad (8)$$

を得る。この方程式の解は Dyadic Green-関数 \hat{G}_0 を用いて、

$$\mathbf{a}(z) = \bar{\mathbf{a}}(z) + j \int_0^z \hat{G}_0(z; \xi) \begin{pmatrix} \delta_1(\xi) & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2(\xi) & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3(\xi) \end{pmatrix} \mathbf{a}(\xi) d\xi \quad (9)$$

と表現できる [6]。ここで、 \hat{G}_0 は、 $z = \xi$ のみに波源が現れた場合の行列方程式

$$\frac{\partial}{\partial z} \hat{G}_0(z; \xi) + j \begin{pmatrix} \Delta_0 & c & 0 \\ c & 0 & c \\ 0 & c & -\Delta_0 \end{pmatrix} \hat{G}_0(z; \xi) = -\delta(z - \xi) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

の解として得ることができる。方程式の右辺の $\delta(z - \xi)$ は δ -関数を表している。

以下は、Dyadic Green-関数 \hat{G}_0 の導出過程である：式(10)にフーリエ変換を適用すると、左辺は

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\alpha z} \frac{\partial}{\partial z} \hat{G}_0 dz = j\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}_0 e^{-j\alpha z} dz \equiv j\alpha \hat{\hat{G}}_0(\alpha; \xi) \quad (11)$$

となる。 \hat{G}_0 のフーリエ変換を $\hat{\hat{G}}_0(\alpha; \xi)$ と置いた。この結果を右辺のフーリエ変換した結果； $-e^{-j\alpha\xi}$ に等しいと置くことにより、 $\hat{\hat{G}}_0$ は

$$\begin{aligned} \hat{\hat{G}}_0 &= j \begin{bmatrix} \Delta_0 + \alpha & c & 0 \\ c & \alpha & c \\ 0 & c & \alpha - \Delta_0 \end{bmatrix}^{-1} e^{-j\alpha\xi} \\ &= \frac{j}{\alpha(\alpha^2 - q^2)} \begin{bmatrix} \alpha(\alpha - \Delta_0) - c^2 & -c(\alpha - \Delta_0) & c^2 \\ -c(\alpha - \Delta_0) & (\Delta_0 + \alpha)(\alpha - \Delta_0) & -c(\Delta_0 + \alpha) \\ c^2 & -c(\Delta_0 + \alpha) & \alpha(\Delta_0 + \alpha) - c^2 \end{bmatrix} e^{-j\alpha\xi} \end{aligned} \quad (12)$$

と得ることができる。

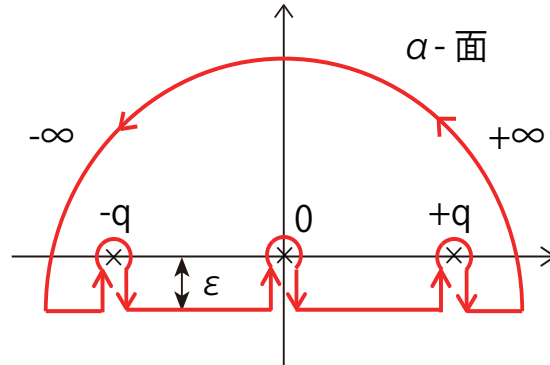


図3：複素積分路（奇対称構造）

\hat{G}_0 は式(12)を

$$\hat{G}_0 = (g_{ij}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\hat{G}}_0 e^{-j\alpha z} d\alpha \quad (13)$$

のように逆変換することにより求めることができる。即ち、 \hat{G}_0 の要素 g_{ij} は $\hat{\hat{G}}_0$ の各要素を α 面で複素積分することによって得られる。 z が正の値を取る事に留意して、実軸上に存在する 0 及び $\pm q$ の 3 つの極を積分領域内に含み、積分が収束するという条件が満たされよう図3のような積分路を設定すると、複素積分の値は 3 つの極の留数の和として得ることができる。

以上のようにして得られた \hat{G}_0 の各要素 g_{ij} は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
g_{11} &= -\cos q(z - \xi) + j \left(\frac{\Delta_0}{q} \right) \sin q(z - \xi) + \left(\frac{c^2}{q^2} \right) \{ \cos q(z - \xi) - 1 \} \\
g_{12} &= j \left(\frac{c}{q} \right) \sin q(z - \xi) - \left(\frac{c\Delta_0}{q^2} \right) \{ \cos q(z - \xi) - 1 \} = g_{21} \\
g_{13} &= \left(\frac{c^2}{q^2} \right) \{ 1 - \cos q(z - \xi) \} = g_{31} \\
g_{22} &= -2 \left(\frac{c^2}{q^2} \right) \cos q(z - \xi) - \left(\frac{\Delta_0^2}{q^2} \right) \\
g_{23} &= j \left(\frac{c}{q} \right) \sin q(z - \xi) + \left(\frac{c\Delta_0}{q^2} \right) \{ \cos q(z - \xi) - 1 \} = g_{32} \\
g_{33} &= -j \left(\frac{\Delta_0}{q} \right) \sin q(z - \xi) - \cos q(z - \xi) - \left(\frac{c^2}{q^2} \right) \{ 1 - \cos q(z - \xi) \}
\end{aligned}$$

3.2 偶対称構造

3.2.1 非摂動系の結合方程式の解法

偶対称構造の結合方程式は

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{a}}}{\partial z} = -j \begin{pmatrix} \Delta_0 & c & 0 \\ c & -\Delta_0 & c \\ 0 & c & \Delta_0 \end{pmatrix} \bar{\mathbf{a}} \equiv -j \hat{c} \bar{\mathbf{a}} \quad (14)$$

で与えられる。両側の導波路と中央の導波路との位相不整合量を $2\Delta_0$ で与え、計算の容易さを考慮して、中央の導波路に $-\Delta_0$ 、両側の導波路に $+\Delta_0$ の位相不整合を対称に与えている。

モード振幅の伝送行列は前節の奇対称構造と同じようにして、結合係数行列 \hat{c} の固有値と左右固有ベクトルを用いて得ることができる。 \hat{c} の固有値は、

$$\sigma = 0, \quad \pm \sqrt{\Delta_0^2 + 2c^2} \equiv \pm q$$

と与えられる。それぞれの固有値に対する大きさを規格化した左右固有ベクトルから \hat{c} の対角化行列 \hat{T} とその逆行列 \hat{T}^{-1} を求めると、伝送行列は $\hat{F} = \hat{T} \text{diag} [e^{-j\sigma_1 z} \quad e^{-j\sigma_2 z} \quad e^{-j\sigma_3 z}] \hat{T}^{-1}$ により、

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\Delta_0 z} & \frac{c}{\sqrt{2q(q-\Delta_0)}} e^{-jqz} & \frac{c}{\sqrt{2q(q+\Delta_0)}} e^{jqz} \\ 0 & \frac{q-\Delta_0}{\sqrt{2q(q-\Delta_0)}} e^{-jqz} & -\frac{q+\Delta_0}{\sqrt{2q(q+\Delta_0)}} e^{jqz} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\Delta_0 z} & \frac{c}{\sqrt{2q(q-\Delta_0)}} e^{-jqz} & \frac{c}{\sqrt{2q(q+\Delta_0)}} e^{jqz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{c}{\sqrt{2q(q-\Delta_0)}} & \frac{q-\Delta_0}{\sqrt{2q(q-\Delta_0)}} & \frac{c}{\sqrt{2q(q-\Delta_0)}} \\ \frac{c}{\sqrt{2q(q+\Delta_0)}} & -\frac{q+\Delta_0}{\sqrt{2q(q+\Delta_0)}} & \frac{c}{\sqrt{2q(q+\Delta_0)}} \end{pmatrix}$$

のように得られる。行列の掛け算を実行して、各成分 f_{ij} を求めると

$$f_{11} = \frac{1}{2q} \{q(\cos \Delta_0 z + \cos qz) - j(\Delta_0 \sin qz + q \sin \Delta_0 z)\} = f_{33}$$

$$f_{12} = -j \left(\frac{c}{q} \right) \sin qz = f_{21} = f_{23} = f_{32}$$

$$f_{13} = \frac{1}{2q} \{q(\cos qz - \cos \Delta_0 z) - j(\Delta_0 \sin qz - q \sin \Delta_0 z)\} = f_{31}$$

$$f_{22} = \cos qz + j \left(\frac{\Delta_0}{q} \right) \sin qz$$

となる。

3.2.2 摂動系の結合方程式 (Dyadic Green-関数の導出)

摂動がある場合の結合方程式は、

$$\frac{\partial \mathbf{a}(z)}{\partial z} = -j \begin{pmatrix} \Delta_0 + \delta_1(z) & c & 0 \\ c & -\Delta_0 + \delta_2(z) & c \\ 0 & c & \Delta_0 + \delta_3(z) \end{pmatrix} \mathbf{a}(z) \quad (15)$$

となる。これを

$$\frac{\partial \mathbf{a}(z)}{\partial z} + j \begin{pmatrix} \Delta_0 & c & 0 \\ c & -\Delta_0 & c \\ 0 & c & \Delta_0 \end{pmatrix} \mathbf{a}(z) = -j \begin{pmatrix} \delta_1(z) & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2(z) & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3(z) \end{pmatrix} \mathbf{a}(z) \quad (16)$$

と変形し、右辺を波源（強制項）と見なすと、摂動 $\delta_i(z)$ を含む結合方程式の解は Dyadic Green-関数を用いて、奇対称の場合の式 (9) と同様に表現することができる。Dyadic Green-関数 \hat{G}_0 は、

$$\frac{\partial}{\partial z} \hat{G}_0(z; \xi) + j \begin{pmatrix} \Delta_0 & c & 0 \\ c & -\Delta_0 & c \\ 0 & c & \Delta_0 \end{pmatrix} \hat{G}_0(z; \xi) = -\delta(z - \xi) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

を満たす行列として得ることができる。両辺をフーリエ変換し、 \hat{G}_0 のフーリエ変換 $\hat{\hat{G}}_0$ を求めると、

$$\hat{\hat{G}}_0 = \frac{j}{(\alpha + \Delta_0)(\alpha^2 - q^2)} \begin{bmatrix} \alpha^2 - \Delta_0^2 - c^2 & -c(\Delta_0 + \alpha) & c^2 \\ -c(\Delta_0 + \alpha) & (\Delta_0 + \alpha)^2 & -c(\Delta_0 + \alpha) \\ c^2 & -c(\Delta_0 + \alpha) & \alpha^2 - \Delta_0^2 - c^2 \end{bmatrix} e^{-j\alpha\xi} \quad (18)$$

となる。

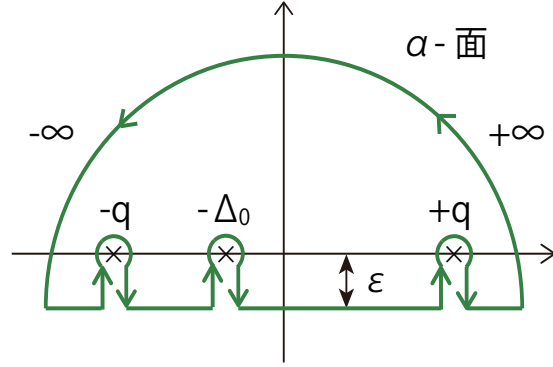


図4：複素積分路（偶対称構造）

逆変換することにより、 \hat{G}_0 を求めることができる。逆変換の複素積分の積分路が図4に示されるが、奇対称構造の場合との違いは、 \hat{G}_0 の各成分の極の位置が異なる事である。この場合の極は、 $z = -\Delta_0$ 及び $z = \pm q$ に存在する。奇対称構造の場合と同様、逆変換の複素積分の値は3つの極の留数の和として得ることができる。計算結果は、

$$g_{11} = -\frac{1}{2} \left[\cos \Delta_0(z - \xi) + \cos q(z - \xi) - j \left\{ \sin \Delta_0(z - \xi) + \left(\frac{\Delta_0}{q} \right) \sin q(z - \xi) \right\} \right] = g_{33}$$

$$g_{12} = j \left(\frac{c}{q} \right) \sin q(z - \xi) = g_{21} = g_{23} = g_{32}$$

$$g_{13} = \frac{1}{2} \left[\cos \Delta_0(z - \xi) - \cos q(z - \xi) - j \left\{ \sin \Delta_0(z - \xi) - \left(\frac{\Delta_0}{q} \right) \sin q(z - \xi) \right\} \right] = g_{31}$$

$$g_{22} = -j \left(\frac{\Delta_0}{q} \right) \sin q(z - \xi) - \cos q(z - \xi)$$

となる。

4 モード振幅 $\mathbf{a}(z)$ と位相不整合量の摂動項 δ の計算法

ここでは、上で導かれた Dyadic Green-関数を用いた解の表現式を使って、実際に伝搬軸に沿った任意の点 z でのモード振幅 $\mathbf{a}(z)$ の計算法が述べられる。合わせて、位相不整合量の摂動成分 δ の与え方も述べられる。

4.1 逐次近似による摂動項の計算

Green-関数による解の表示式の、右辺の第一項で与えられる非摂動項 $\bar{\mathbf{a}}(z)$ は、摂動が無い構造のモード振幅の伝搬を表す伝送行列 \hat{F} に、 $z = 0$ でのモード振幅 $\mathbf{a}(0)$ を掛けることにより、

$$\bar{\mathbf{a}}(z) = \hat{F}(z) \mathbf{a}(0)$$

と与えられる。

Dyadic Green-関数の積分を含む第二項の摂動項には求めるべきモード振幅 $\mathbf{a}(z)$ が含まれており、解の表現式は積分方程式となっている。摂動量が小さいとして、近似法の適用が有効である。既に、筆者らは文献 [5] に於いて逐次近似法が他の近似に比べて優位である事を示している。逐次近似法では、結合器を伝搬軸に沿って長さ Δz の小区間に分割 (500~1000 等分) し、積分を求積法によって実行し、モード振幅が z に沿って逐次計算される。即ち、考えている i -区間の積分値は、近似的に 1 つ前までのモード振幅の求積で求められる近似方法である。

4.2 δ の計算法

伝搬軸に対して不変な位相不整合量 Δ_0 は、導波路の幅を導波路毎に変えることが想定されている。伝搬軸に沿って変化する摂動量 $\delta_i(z)$ は、R66-Glass では、導波路幅の摂動による $\bar{\delta}_i(z)$ と、非線形性に起因する $\delta_{iNL}(z)$ との和として表される。また、LiNbO₃ 基板を用いたデバイスの例では、電気光学効果に起因する不整合量 δ_{EO} だけを考える。即ち、それぞれのデバイスでの δ は、

$$\text{R66 - Glass: } \delta_i(z) = \bar{\delta}_i(z) + \delta_{iNL}(z)$$

$$\text{LiNbO}_3: \quad \delta_i(z) = \delta_{iEO}(z)$$

で与えられる [7]。この内、設計される量は、 $\bar{\delta}_i(z)$ と $\delta_{iEO}(z)$ である。

結合器を伝搬軸に沿って 5 個 (非線形結合器) 又は 10 個 (LiNbO₃ 基板を用いた結合器) の小区間に分け、所望の出力特性を得るために必要な各小区間の位相不整合量 $\bar{\delta}_{1i}$ 、 $\bar{\delta}_{2i}$ 、 $\bar{\delta}_{3i}$ と、一様な位相不整合量 Δ_0 の合計 16 個の値の設計を行っている。LiNbO₃ 基板を用いた結合器では、 Δ_0 と合わせて合計 31 個の値が設計される。

Kerr-効果に起因する位相不整合量 δ_{iNL} は、予め数値計算 (差分法/付録 A) によって得られる導波路の実効屈折率の変化量 ΔN_{eff} と伝送電力 $|a(z)|^2$ との間の比例定数 N_2 (導波路の実効非線形屈折率) を用いて、 $\delta_{iNL}(z) = k_0 N_2 |a_i(z)|^2$ と与えられる。ここで、 k_0 は真空中の光の波数である。以下の設計には、付録 A に示した方法によって得られた $N_2 = 9.347 \times 10^{-5} [1/W]$ が用いられる。 N_2 を求める導波路のパラメータについては、文献 [5] に示されている。

以上の事により、結局 $\mathbf{a}(z)$ の摂動項 $\delta \mathbf{a}(z)$ は

$$\begin{aligned} \text{非線形結合器: } \delta \mathbf{a}(z) &= j \left[\int_0^z \hat{G}_0(z; \xi) \text{diag}(\delta_1(\xi) \delta_2(\xi) \delta_3(\xi)) \mathbf{a}(\xi) d\xi \right. \\ &\quad \left. + k_0 N_2 \int_0^z \hat{G}_0(z; \xi) \text{diag}(|a_1(\xi)|^2 |a_2(\xi)|^2 |a_3(\xi)|^2) \mathbf{a}(\xi) d\xi \right] \\ \text{LiNbO}_3 \text{結合器: } \delta \mathbf{a}(z) &= j \left[\int_0^z \hat{G}_0(z; \xi) \text{diag}(\delta_{1EO}(\xi) \delta_{2EO}(\xi) \delta_{3EO}(\xi)) \mathbf{a}(\xi) d\xi \right] \end{aligned}$$

のように表される。

5 設計例

ここで示される設計例では、以下の量は予め与えられる：(1) 結合器の長さ l_c 、(2) 線形領域（伝送パワーが十分小さい領域）での結合長 l と、結合係数 $c = \pi/2\sqrt{2}l$ 。

所望の特性を得るために必要な各小区間の $\bar{\delta}_i$ の設計は以下のようにして行われる：非線形結合器では、入力パワー P_{in} に対する、また、LiNbO₃ 結合器では、動作波長 λ に対する所望のレスポンスを与え、そのレスポンスと、Green-関数による解との差異が極小となるように $\bar{\delta}_i$ 又は δ_{iEO} の値と Δ_0 の値が決められる。与えられたレスポンスとの差異を未知パラメータの多変数関数として扱い、差異が極小となるパラメータの値が Newton 法 [8] を用いて計算機による数値計算で決定される。

設計例は；非線形結合器について (1)3 分岐パワーデバイダ、(2)2 分岐パワーデバイダ、(3) 光スイッチ 1、(4) 光スイッチ 2、(5)2 本同時入力 3 分岐の 5 つ、LiNbO₃ 導波路結合器について (6) 広帯域パワーデバイダ、(7) 波長分波器の 2 つの合計 7 つである。ここで、設計例 (2) と (4) では導波路 1 に、設計例 (1) と (3) 及び (6) と (7) では中央の導波路 2 に、設計例 (5) では両端の導波路から光が入射されると想定されている。

5.1 非線形 3 分岐パワーデバイダ

図 5 に奇対称構造を用いた 3 分岐パワーデバイダの設計例が示されている。(a) には設計された各導波路の $\bar{\delta}(z)$ の分布が結合係数 c によって規格化されて示されている。また、(b) には分岐特性が示されている。図中の矢印は、所望のレスポンスの値を与えた P_{in}^i の値を示している。即ち、図に示された P_{in}^i に於いて、

$$s = \sum_{i=1}^5 [|P_{out1}^i - P_{out2}^i|^2 + |P_{out1}^i - P_{out3}^i|^2]$$

の値が極小となるように未知パラメータが決定されている。

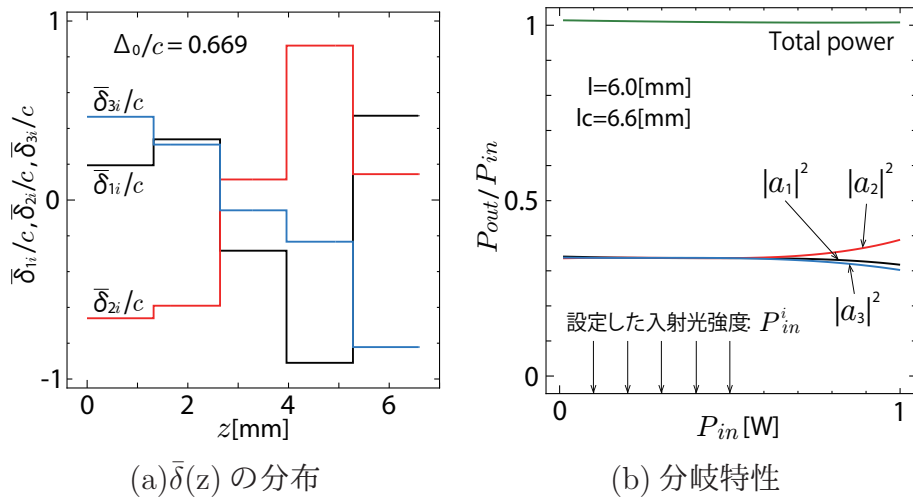


図 5：3 分岐パワーデバイダの設計例

図 (b) を見ると、設定された入射光強度に対して良好な分岐特性が実現されていることが判る。設計の計算精度を評価するために、図中に入力パワー P_{in} で規格化された出力パワーの和も "Total power" としてプロットされている。 P_{in} の計算領域内では、1 に近い値が確保されており、計算精度が確保されていることを示している。なお、この設計例では、 $l = 6.0[\text{mm}]$ 、 $l_c = 6.6[\text{mm}]$ に設定されている。

5.2 2分岐パワーデバイダ

図 6 に奇対称構造を用いた 2 分岐パワーデバイダの設計例が示されている。2 分岐パワーデバイダとは、2 本の導波路 (導波路 1 と 2) の出力が等しくなる動作を言う。(a) には各導波路の $\bar{\delta}$ の分布が、(b) には設定されたパラメータによる分岐特性が示されている。入射光強度の設定範囲は、5.1 節と同様に $P_{in}^i = 0.1 - 0.5[\text{W}]$ としている。設計では、図 (b) に矢印で示されている P_{in}^i に於いて、導波路 1 と 2 の出力の差の和

$$s = \sum_{i=1}^5 |P_{out1}^i - P_{out2}^i|^2$$

が最小となるように $\bar{\delta}$ の値が設計されている。

設計されたパワーデバイダのレスポンス (図 (b)) を見ると、広範囲な入射光強度に対して良好な特性が得られていることが判る。この設計例でも、 $l = 6.0[\text{mm}]$ 、 $l_c = 6.6[\text{mm}]$ に設定されている。

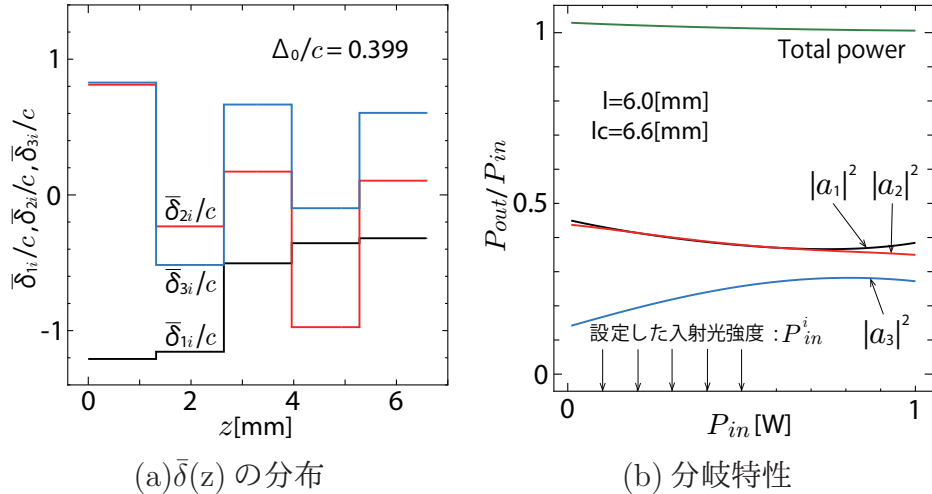


図 6 : 2 分岐パワーデバイダの設計例

5.3 光-光スイッチ ～その 1～

図 7 に奇対称構造を用いた光スイッチの設計例が示されている。入力パワー P_{in} が、0.2 と 0.6[W] で導波路 2 と 3 の出力がスイッチングするようにパラメータ設計がされている。ここでは、 $l = 5.0[\text{mm}]$ 、 $l_c = 18.0[\text{mm}]$ と与えている。

この例では、 Δ_0 の設計値は比較的小さく、精度の良い動作が期待できる。

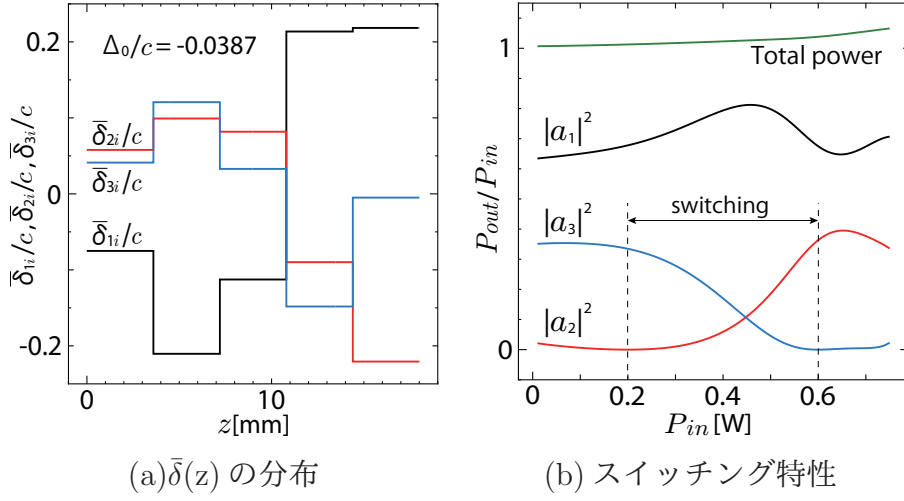


図7：光スイッチ（その1）の設計例

5.4 光-光スイッチ ～その2～

図8に奇対称構造を用いた光スイッチの設計例が示されている。5.3節の光-光スイッチ（その1）との違いは、2つの出力ポートの入力パワー P_{in} に対するレスポンスが与えられていることである。ここでは、出力光ポートの規格化出力 P_{out}/P_{in} が、それぞれ

$$\text{導波路 1 の所望のレスポンス : } \frac{P_{1out}}{P_{in}} = P_{1max} \frac{1}{[1 + \exp\{(P_{in} - P_{e1})/w_1\}]}$$

$$\text{導波路 3 の所望のレスポンス : } \frac{P_{3out}}{P_{in}} = P_{3max} \frac{1}{[1 + \exp\{(P_{e3} - P_{in})/w_3\}]}$$

で与えられる Fermi-分布に従うようパラメータが設計される。表1に Fermi-分布のパラメータが示されている。ここで、 P_{e1} と P_{e3} は規格化出力パワーが最大値の 1/2 となる入力光パワーを表している。また、 w_1 と w_3 は、Fermi-分布のレスポンスの急峻さを決めるパラメータである。

表1：Fermi-分布のパラメータ

P_{e1}	P_{e3}	w_1	w_3	P_{1max}	P_{3max}
0.25[W]	0.65[W]	0.2	0.2	0.3	0.3

計算の精度の評価のための Total Power のプロットを観ると、5.3節に示したスイッチの例（その1）に比べて、1との差異は大きい。その理由は、 P_{in} に対するレスポンスを実現すると言う、厳しい条件を満たすために大きな摂動が必要となったためと推測される。実際、設計された Δ_0 や $\bar{\delta}(z)$ の値は、5.3節のそれより大きくなっている。

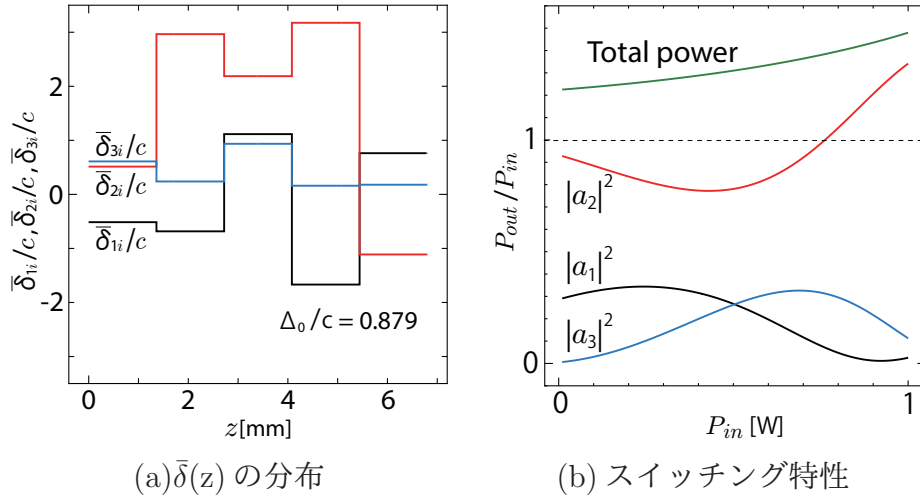


図 8 : Fermi-分布のレスポンスに従う光-光スイッチの設計例

5.5 2 導波路同時入力 3 分岐パワーデバイダ

図 9 に、両端の導波路 1 と 3 に同相の光を同時に入射させて動作させる 3 分岐パワーデバイダの設計例が示されている。この例では、 Δ_0 を偶対称に与える偶対称構造が想定されている。入力パワーの設定範囲は、5.1 節と同様に $P_{in} = 0.1 - 0.5[\text{W}]$ としている。この例では、 P_{in} は 2 つの導波路への入力パワーの和を表している。

ここでの設計でも、5.1 節に与えた各導波路からの出力光パワーの和 s を最小にする条件が適用されている。図 (b) には、パワーの差を計算した入力光強度の値 P_{in}^i が矢印で示されている。

図 (b) を見ると、広範囲に於いて良好な分岐特性が得られ、計算精度の評価を与える Total Power も 1 の近傍を保持している。

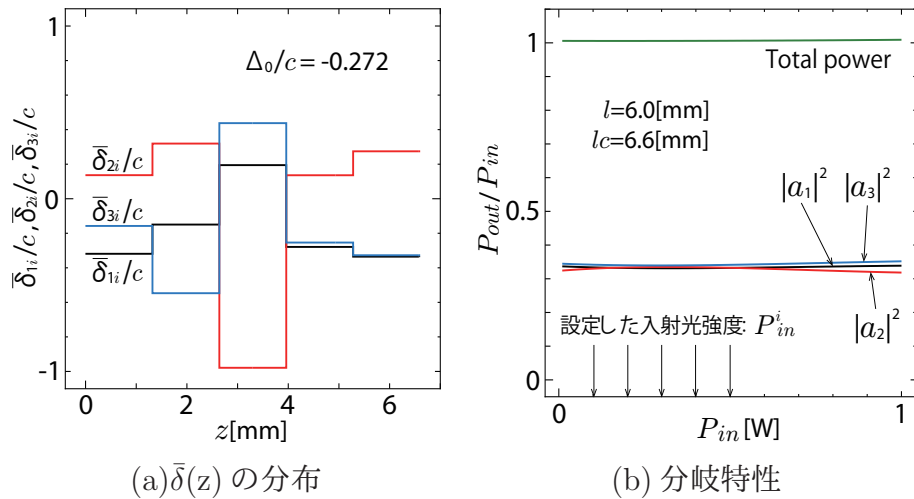


図 9 : 2 導波路同時入力 3 分岐パワーデバイダの設計例

6 電気光学効果を利用したデバイスの設計への応用

以下では、 LiNbO_3 基板中に作られた Ti 拡散導波路で構成された線形 3 導波路結合器の波長特性の改善が述べられる。 LiNbO_3 結晶は線形媒質であるが、電界によって屈折率が変わる電気光学効果を有しており、導波路表面に装荷された電極によって位相不整合量を調整することができる。即ち、上に述べた非線形結合器に於ける導波路幅を変えることに相当する寄与を外部印加電圧によって与えることができる。

6.1 広帯域パワーデバイダ

図 10(a) に示すように導波路の表面に分割された電極を配置し、それぞれの電極の印加電圧を調整することによって、所望の広帯域な波長範囲で動作するパワーデバイダを実現できる [9]。両側の導波路 1 と 3 を伝搬軸方向に 10 個の区間に等分割して、それぞれの電極下の導波路の屈折率を変えて、位相不整合量 δ_{1EO} 、 δ_{3EO} の伝搬軸に沿った分布を最適化し、所望の特性を実現される。図 10(b) には結合器の断面が示されている。

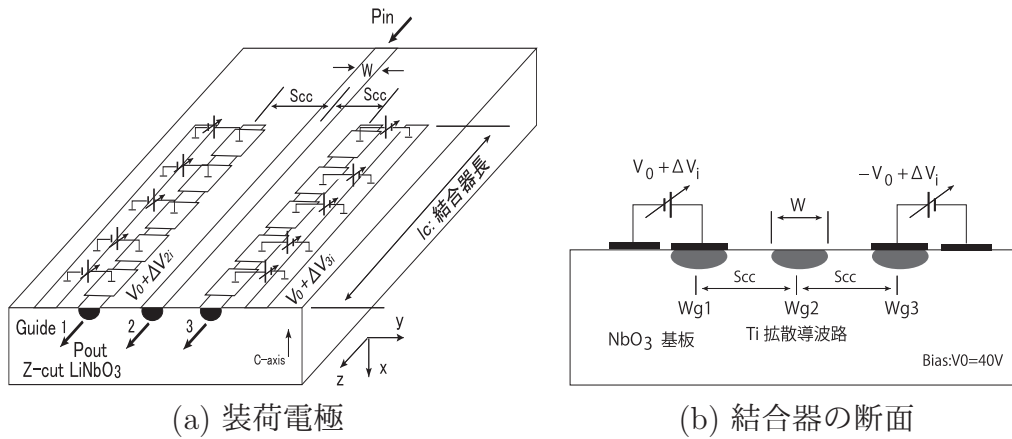


図 10 : LiNbO_3 広帯域パワーデバイダ

奇対称構造を想定して、導波路 1 と 3 には符号の異なるバイアス電圧 V_0 を与えることによって、それぞれの導波路に一樣な位相不整合量 $\pm\Delta_0$ が与えられている。各領域の電極には、所望の特性を得るために必要となる位相不整合量の変動に対応した電圧 ΔV_{1i} 、 ΔV_{3i} が印加されている。以下では、一樣な位相不整合量 Δ_0 を与えて、各小区間の変動成分である δ_{1iEO} と δ_{3iEO} の合計 20 個の値が設計される。

設計では以下の事が仮定される： δ_{EO}/Δ_0 の値は波長に依存しない。理由は以下の通りである。 δ_{EO} 及び Δ_0 は印加電圧にほぼ比例する。その比例定数を h で表すと、 $\Delta_0 = hV_0$ 、 $\delta_{EO} = h\Delta V$ が成立する。従って、これらの比は $\delta_{EO}/\Delta_0 = \Delta V/\Delta_0$ となり、波長には依存しない。

非線形結合器の設計と同様に Green-関数による出力光パワー P_{out} の表現を用いて、3 分岐パワーデバイダの条件；所望の波長範囲で、 $P_{1out} = P_{2out} = P_{3out}$ が成立するように位相不整合量 δ_{1iEO} , δ_{3iEO} , ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$) の合計 20 個の値が決められる。具体的には、各

導波路の出力光パワーの差の2乗の波長に関する積分値 s

$$s = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [|P_{1out} - P_{2out}|^2 + |P_{1out} - P_{3out}|^2 + |P_{2out} - P_{3out}|^2] d\lambda$$

が極小となるように未知数が決定される。ここで、 λ_1 、 λ_2 はそれぞれ、設計範囲の最短の波長及び、最長の波長である。

計算には、Ti 拡散 LiNbO₃ 導波路のパラメータの波長依存性が必要である。図 11 には設計に必要な導波路パラメータの波長依存性の計算結果がプロットされている。図中には結合器長 l_c を 23[mm] に想定し、導波路間に位相不整合がない場合の導波路 1（導波路 3）の出力光パワーの波長レスポンスもプロットされている（右スケール）。表 2 には波長依存性の計算に必要な結合器の構造パラメータ及び Ti 拡散導波路の製作条件が示されている。表中の Ti 膜厚は、Ti を LiNbO₃ 基板に熱拡散する際にイオン源として用いた基板表面のスパッタ膜の厚さである。Ti 拡散は 1000°C で 6 時間行われることを想定されている。

一様な位相不整合量 Δ_0 と結合係数 c の計算方法は以下の通りである：

(1) Δ_0 の計算方法： バイアス電圧 V_0 を 40[V] に想定して、電気光学効果による屈折率上昇を考慮して、等価屈折率法（付録）により波長毎に伝搬定数を求め、電圧を印加しない場合との差として計算されている。

(2) c の計算方法： 2 導波路結合器を考えて、電圧が印加されていない状態での偶対称モードと奇対称モードの伝搬定数 β_e 、 β_o を波長毎に等価屈折率法により求め、 $c = (\beta_e - \beta_o)/2$ によって計算されている。

計算では、LiNbO₃ 基板の屈折率の波長依存性は考慮されているが、電気光学効果による導波路の屈折率変化 Δn の波長依存性は考慮されていない。また、電気光学効果による屈折率変化は、導波路断面で一様と仮定されている。なお、結合器は TE モードで動作することが想定されており、計算には常光屈折率 n_o のみが関与している。

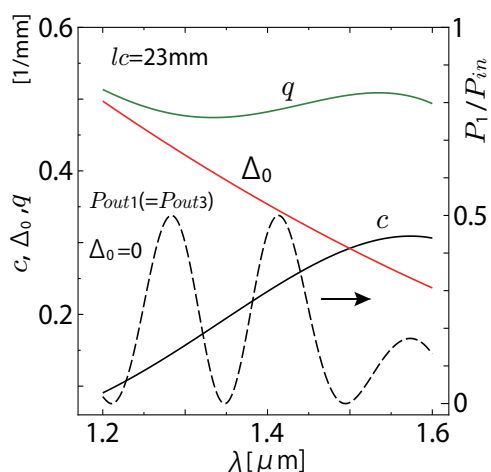


表 2：導波路パラメータ

Ti 膜厚 (拡散源)	τ	Å	350
屈折率変化	Δn_o		1.0×10^{-4}
導波路幅	W	μ m	7
導波路間隔 (center to center)	S_{cc}	μ m	15
相互作用長	l_c	mm	23

図 11：結合係数と位相不整合量の波長依存性

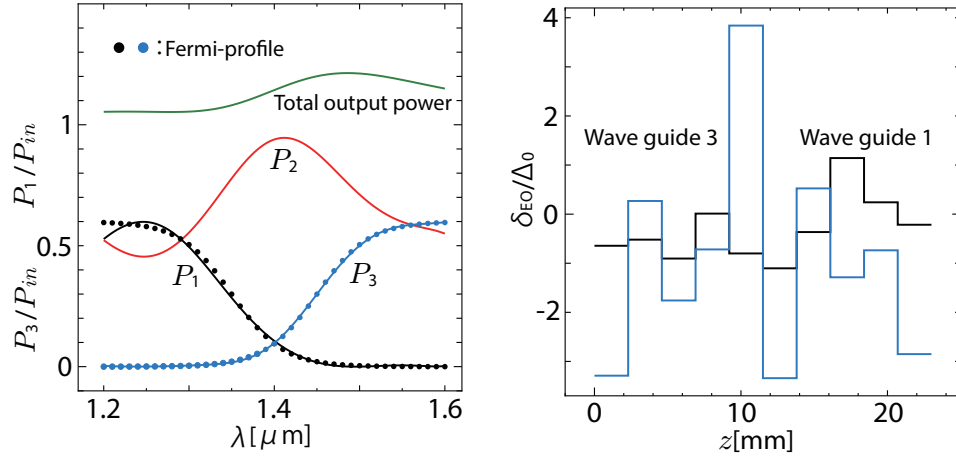
$$q = \sqrt{2c^2 + \Delta_0^2}$$

で与えられる Fermi-分布に従うように各小区間の位相不整合量が設計される。ここで、 λ_1 、 λ_3 は、入力光パワーで規格化された出力光パワーが、最大値の 1/2 となる波長である。 $\Delta\lambda_1$ 、 $\Delta\lambda_3$ はそれぞれ、レスポンスの急峻さを決めるパラメータである。

表 3 には Fermi-分布のパラメータと設計波長範囲が示されている。

表 3 : Fermi-分布のパラメータと設計波長範囲

λ_1	λ_3	$\Delta\lambda_1$	$\Delta\lambda_3$	P_{1max}	P_{3max}	設計波長範囲
1.35[μm]	1.45[μm]	0.03[μm]	0.03[μm]	0.6	0.6	1.2 < λ < 1.6[μm]



(a) 出力光パワーの波長レスポンス (b) 設計された δ/Δ_0 の分布

図 13 : 波長レスポンスが Fermi-分布を呈する波長分波器の特性

光は中央の導波路 2 に入射されることを想定して、図 13 に設計された分波特性がプロットされている。図 (a) には導波路 1 と 3 の出力光パワーの波長レスポンスが示されている。図中にはドットで、所望の Fermi-分布のレスポンスもプロットされている。設計通り、波長 1.3 と 1.55[μm] の 2 波長に対して分波器の動作が実現されている。図 (b) には、設計された δ_{EO}/Δ_0 分布がプロットされている。

6.4 出力光パワーの波長レスポンスが Gauss-分布の場合

導波路 1 と 3 の出力光パワーの波長レスポンスがそれぞれ、

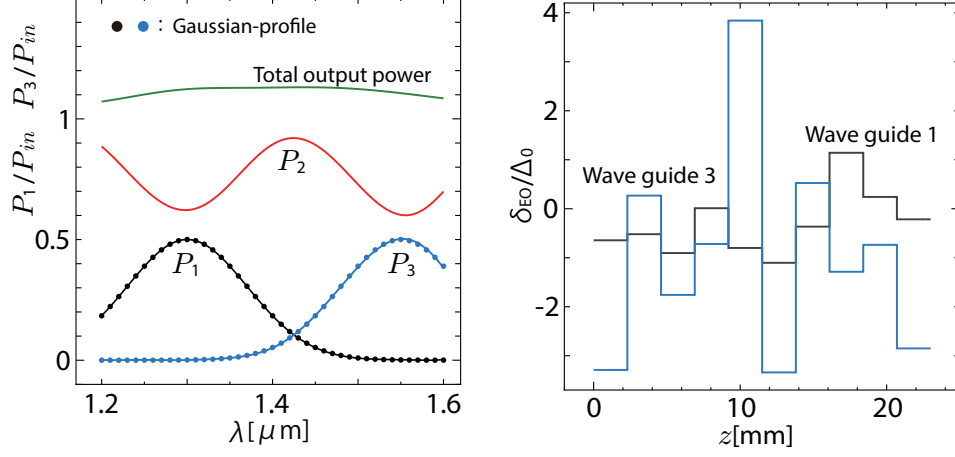
$$\text{導波路 1 の所望レスポンス : } \frac{P_{1out}}{P_{in}} = P_{1max} \exp[-\{(\lambda - \lambda_1)/\Delta\lambda_1\}^2]$$

$$\text{導波路 3 の所望レスポンス : } \frac{P_{3out}}{P_{in}} = P_{3max} \exp[-\{(\lambda - \lambda_3)/\Delta\lambda_3\}^2]$$

で与えられる Gauss-分布となるように各小区間の位相不整合量が設計される。ここで、 λ_1 、 λ_3 は入射光パワーで規格化された出力光パワー P_{1out}/P_{in} 、 P_{3out}/P_{in} が、最大となる波長である。 $\Delta\lambda_1$ 、 $\Delta\lambda_3$ はそれぞれ、レスポンスの急峻さを決めるパラメータである。表 4 には所望のレスポンスを与える Gauss-分布のパラメータの値と設計波長範囲が示されている。

表 4 : Gauss-分布のパラメータと設計波長範囲

λ_1	λ_3	$\Delta\lambda_1$	$\Delta\lambda_3$	P_{1max}	P_{3max}	設計波長範囲
1.3[μm]	1.55[μm]	0.1[μm]	0.1[μm]	0.5	0.5	$1.2 < \lambda < 1.6[\mu\text{m}]$



(a) 出力光パワーの波長レスポンス (b) 設計された δ/Δ_0 の分布

図 14 : 波長レスポンスが Gauss-分布を呈する波長分波器の特性

図 14 に設計例が示されている。図 (a) には設計された各導波路の出力光パワーの波長レスポンスが示されている。図中にはドットで、所望の Gauss-分布のレスポンスもプロットされている。所望のレスポンスに良く一致したレスポンスが得られていることが判る。図 (b) には設計された $\delta_{EO}(z)/\Delta_0$ 分布が示されている。

7 非線形結合器の設計に於ける考察

ここでは：(1) 伝搬軸に沿う分割数と設計計算の誤差と、(2) 奇・偶対称構造による計算誤差の差異が考察される。

上に示した設計例では、伝搬軸に沿った分割数を非線形結合器：5 分割、LiNbO₃ 結合器：10 分割と決めて、計算が行われている。Newton 法を用いる時の未知パラメータの数は分割数に比例して増大し、計算コストの増大につながる。特に計算量が多い非線形結合器では、大きな問題となる。

以下では、非線形結合器に於いて、設計計算の誤差の分割数に対する依存性が検討される。計算の誤差の評価には、設計された出力光パワーと、その設計値との差異の相対誤差が用いられる。

さらに、奇対称、偶対称の構造の違いによる設計計算の誤差の差異についても、デバイスの動作による優位性を見出す目的で考察される。

7.1 分割数による誤差の差異

図 15 に、結合器を伝搬軸に沿った分割数を変えて設計された 3 分岐パワーデバイダについての設計誤差が入射光パワー P_{in} についてプロットされている。誤差は分割数が 3、

5、8及び10等分についてプロットされている。誤差の評価は、各導波路の出力光強度と、その目標値（ $= P_{in}/3$ ）との差異（絶対値）の相対誤差の平均値を比べることによって行われている。図(a)には奇対称、(b)には偶対称の場合が示されている。

まず、奇対称のプロットでは、 P_{in} が0.7[W]を超えると、何れの分割数に於いても誤差が増加している。この主な原因は、例えば図5(b)に示されているように、設計の入射光強度の範囲 $P_{in} < 0.5$ [W] を越えていることである。加えて、伝送パワーが大きくなると、非線形性による摂動が増加し、Green-関数を用いた結合器の解の表現の精度が下がるためと推測される。

次に、解の表現自体の精度が確保されている P_{in} の領域（ $P_{in} < 0.7$ [W]）で、分割数による違いを診ると、誤差は分割数に対して一様には収束せず、振動しながら低下することが判る。この例では、5等分で10等分と同程度の精度が確保されていることが判る。

一方、図(b)の偶対称構造では、誤差は何れの分割数に於いても、奇対称より大きい。偶対称構造で3分岐パワーデバイダを実現するには、大きな摂動を必要とすることになる。分割数に対する誤差の依存性は、奇対称構造同様、一様な収束は見られない。また、収束に至る過程の振動の振は大きい。

以上の考察により、3分岐パワーデバイダでは、奇対称構造の方が有利と言う結論が得られる。

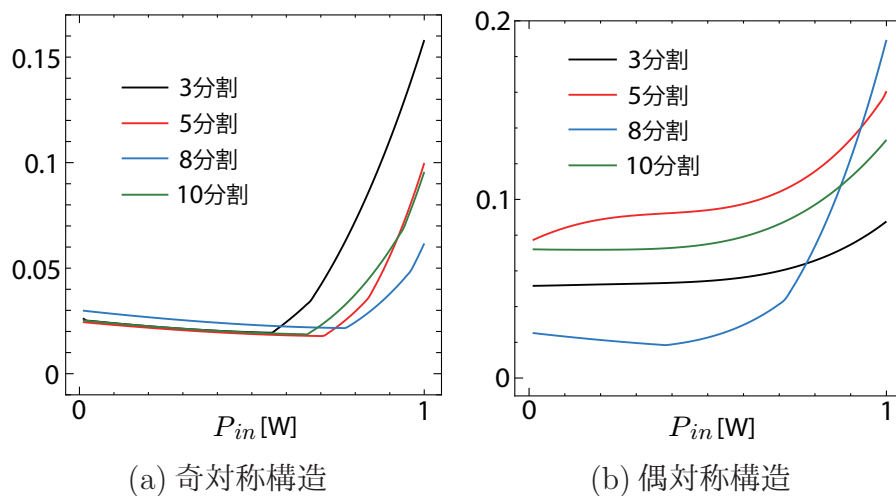


図 15：分割数による誤差の比較

7.2 結合器の構造による設計値の比較

3分岐パワーデバイダの設計を例にとって奇対称構造と偶対象構造の比較が行われている。即ち、 z に対して一様な位相不整合量 Δ_0 がない構造を基準にして、その特性と両者の特性を比較することによって、2つの構造の特長が比べられる。

この考察の着眼点は以下の通りである： $\Delta_0 = 0$ の構造、すなわち、一様な位相不整合量に対するバイアスが無いニュートラルな構造で、3分岐パワーデバイダを設計すると、所望の特性に近いレスポンスが得られると期待される。それを目標値としてそれからの差異を比べることにより、構造による適合性を知ることができると言うことである。

図 16 には、左から (a) 奇対称構造、(b) $\Delta_0 = 0$ 構造、(c) 偶対称構造についての $\bar{\delta}/c$ -分布と、分岐特性が示されている。設定されたパラメータは $l = 6.0[\text{mm}]$ 、 $l_c = 6.6[\text{mm}]$ であり、光は導波路 2 からのみ入射されると想定されている。

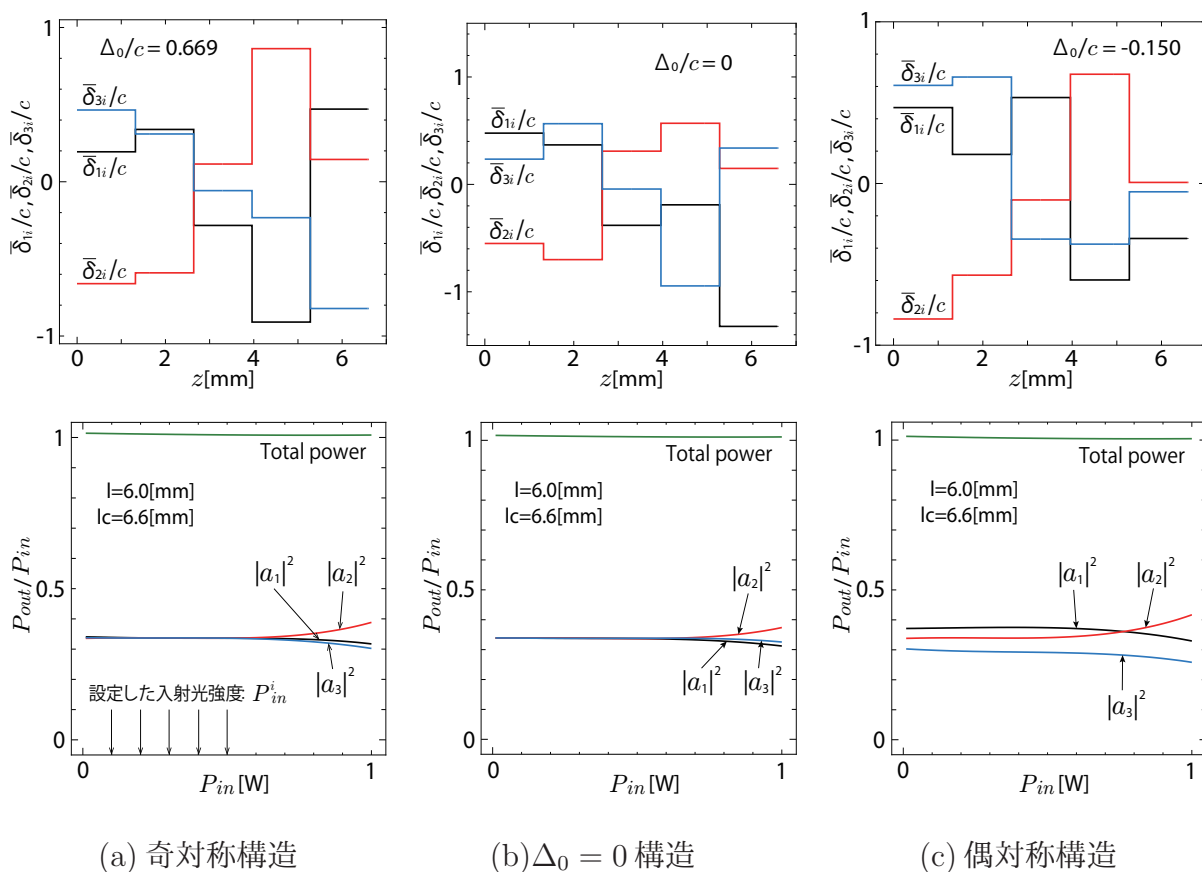


図 16 : 構造による設計値の違い

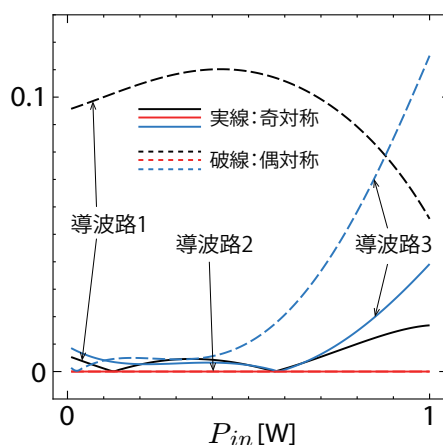


図 17 : Δ_0 -構造との差異

図 17 には、各導波路の出力光パワーについての、 $\Delta_0 = 0$ 構造との差異（絶対値）の相対誤差が示されている。図中の実線が奇対称、破線が偶対称を表している。図を見ると、

奇対称の方が全体的に誤差が小さいことが判る。この結果は、奇対称構造の方が、3 分岐パワーデバイダに関しては、精度が高く設計できるという前節の結論を支持している。

8 まとめ

本論文では、先に報告した非線形方向性結合器の Dyadic Green-関数を用いた解析と設計法 [4][5] を 3 導波路結合器に適用して、3 導波路結合器に於いても、2 導波路の場合と同様に、容易に所望の特性を得るためのパラメータの最適化が行えることを示した。

3 導波路結合器では、2 導波路結合器とは異なり、導波路間の一様な位相不整合量の与え方を偶対称にするか奇対称にするかによって 2 通りの構造が可能である。その両方について、モード振幅の伝送行列と Dyadic Green-関数の導出を行い、それらを用いた種々のデバイスの設計例を示し、2 導波路結合器に比べて、多様性のあるデバイスが実現できる可能性があることを明らかにした。

さらに、非線形結合器の設計に加えて、電気光学効果を有する LiNbO_3 基板中に作られた結合器にも非線形結合器で用いたパラメータ設計法を適用して、波長依存性を改善できる設計が可能であることを示した。

非線形結合器について、奇対称構造と偶対称構造を用いたデバイスを設計の精度の観点から比較した考察結果も示した。設計の誤差の精度について、設計パラメータの数に比例する伝搬軸に沿った分割数との関係を明らかにした。

参考文献

- [1] K.Kishioka; "A designing method to achieving wide wavelength-flattened responses in the directional-coupler-type optical power-splitters", IEEE/OAS, Lightwave Tech., Vol.19, No.11, pp.1705-1715 (2001).
- [2] 岸岡、西脇; "半導体ドープガラスの非線形屈折率の測定", 電磁界理論研究会、技術速報、E M T-99-118 (1999).
- [3] D. Marcuse; "Light Transmission Optics", Van Nostland Reinhold, New York, pp.416-425 (1972).
- [4] 上ヶ市、岸岡; "方向性結合器の Green-関数を用いた解析とパラメータ解析", 輻射科学研究会資料、RS16-08 (2017).
- [5] 上ヶ市、岸岡; "方向性結合器の Green-関数を用いた電力移行特性の解析とパラメータの最適設計", 大阪電気通信大学研究論集(自然科学編)、第 52 号、pp.1-17 (2017).
- [6] 上ヶ市、岸岡; "Green-関数を用いた非線形方向性結合器の設計", 平成 29 年度電気関係学会関西連合大会、G8-10 (2017).

- [7] G.B.Hocker and W.K.Burns; "Mode dispersion in diffused channel waveguides by the effective index method", Appl. Opt., Vol.16, No.1, pp.113-118 (1977).
- [8] 富士通サブルーチンパック SSLII(Scientific Subroutine Library II) マニュアル、ニュートン法、pp.466-469.
- [9] K. Kishioka; "Determination of diffusion-parameter values in K-ion exchange waveguides made by diluted KNO₃ in soda-lime glass", Trans. IEICE Japan(電子情報通信学会論文誌E 文冊), Vol.E78-C, No.10, pp.1409-1418 (1995).
- [10] 平田、須田、竹本; "パソコンによる数値計算", 朝倉出版 第2刷、pp.99-119 (1982).

付録 A 差分法による非線形チャネル導波路の実効屈折率の計算方法

非線形導波路の実効屈折率 N_{eff} を得るには、界の自己収束作用による導波路断面内の屈折率変化を考慮する必要がある。即ち、導波路断面内の屈折率の変化は、導波路の実効屈折率の変化をもたらし、実効屈折率の変化は界分布の変化をもたらしと言う、両者には再帰的な関係が存在する事を考慮する必要がある。以下では、差分法によって得られる界分布を基に計算される屈折率変化と、それに基づく実効屈折率の変化を交互に反復計算することによって、反復の収束値として非線形導波路の実効屈折率を得る方法が示される。

A-1. 差分法による Helmholtz 方程式の解法

導波路断面内 ($x-y$ 面) に於いて、モードの電界 (TE-Mode を仮定) は、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E(x, y) + k_0^2 [n^2(x, y) - N_{eff}^2] E(x, y) = 0 \quad (A1)$$

の Helmholtz 方程式を満たす。ここで、 $n(x, y)$ は導波路断面内の屈折率分布、 N_{eff} は導波路の実効屈折率、 k_0 は真空中の光の波数をそれぞれ表す。式 (A1) を差分法で解くために、図 A1 に示すように導波路断面 ($x-y$ 面) を $\Delta x \times \Delta y$ の小区間に分割し、格子の各点での電界 E_{ij} が満たす関係を求める。設定されている計算領域は、導波路断面が $y = 0$ 面に対して対称であることに留意して、 y 軸に対しては、 $y > 0$ の半空間を想定している。また、 y 軸と x 軸の上限は、イオン拡散による屈折率の増加が無視できる程、十分に大きく設定されるものとする。従って、 x と y の上限の外部の屈折率は基板の屈折率 n_b に等しいと仮定されている。電界も x 方向及び y 方向の上限の外では消失していると仮定されている。

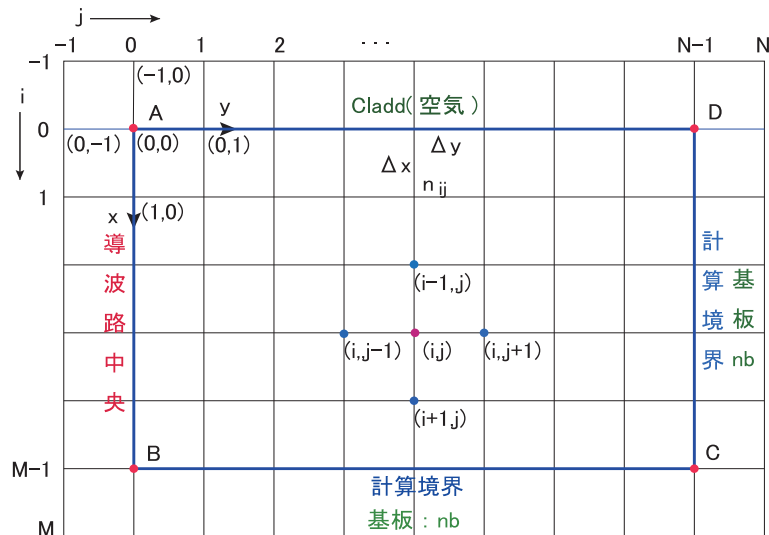


図 A1 計算に用いた格子

格子 (i, j) の電界 E_{ij} に対する $\nabla^2 E_{ij}$ の演算に差分を適用して、隣接する格子の値で表

すと、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_{ij} = \frac{E_{ij-1} + E_{ij+1} + E_{i-1j} + E_{i+1j} - 4E_{ij}}{h^2} \quad (A2)$$

となる [10]。ここで、 $h^2 = \Delta x \Delta y$ であることから、計算領域の境界に於ける境界条件を考慮する必要がない格子では、

$$\left. \begin{aligned} E_{ij-1} + E_{ij+1} + E_{i-1j} + E_{i+1j} - 4E_{ij} + h^2 f_{ij} E_{ij} &= 0 \\ f_{ij} &= k_0^2 [n_{ij}^2 - N_{eff}^2] \end{aligned} \right\} \quad (A3)$$

の関係を得る。ここで、 n_{ij} は点 (i, j) での屈折率の値を表している。これより、点 (i, j) での電界の値 E_{ij} は隣接する 4 つの格子での値によって、

$$E_{ij} = \frac{E_{ij-1} + E_{ij+1} + E_{i-1j} + E_{i+1j}}{4 - h^2 f_{ij}} \quad (A4)$$

と表される。

次に境界条件が関与する格子での関係を考える：

(1) 基板表面上の格子上 ($i = 0$) で成り立つ関係

導波路表面上 (基板とクラッド層の境界) の格子では、

$$E_{0j-1} + E_{0j+1} + E_{-1j} + E_{1j} - 4E_{0j} + h^2 f_{0j} E_{0j} = 0 \quad (A5)$$

の関係が成立する。クラッドの点 E_{-1j} と導波路表面の点 E_{0j} の間に成立する

$$E_{-1j} = e^{-Ph} E_{0j}, \quad P = k_0 \sqrt{N_{eff}^2 - n_c^2} \quad (A6)$$

の関係をを用いて、 $E_{-1,j}$ を消去すると、導波路表面上にある格子の電界は、

$$E_{0,j} = \frac{E_{0j-1} + E_{0j+1} + E_{1j}}{4 - e^{-Ph} - h^2 f_{0j}} \quad (A7)$$

のように、導波路内の格子点の電界によって求められる。 n_c はクラッド層の屈折率である。また、 $\Delta x = h$ の関係が用いられた。

(2) 導波路中央の格子上 ($j = 0$) で成り立つ関係

導波路中央の格子上では、

$$E_{i-1} + E_{i1} + E_{i-10} + E_{i+10} - 4E_{i0} + h^2 f_{i0} E_{i0} = 0 \quad (A8)$$

が成立する。基本モードでは、 $\partial E / \partial y |_{y=0} = 0$ が成立し、これより得られる $E_{i-1} \simeq E_{i0}$ の関係をを用いて、 E_{i-1} を消去すると、境界上の電界は

$$E_{i0} = \frac{E_{i-10} + E_{i+10} + E_{i1}}{3 - h^2 f_{i0}} \quad (A9)$$

のように計算領域内の電界によって求めることができる。

- (3) x 軸の上限の境界上 ($i = M$) で成り立つ関係
 x の上限の境界上の格子では、

$$E_{M-1j} + E_{M-1j+1} + E_{M-2j} + E_{Mj} - 4E_{M-1j} + h^2 f_{M-1j} E_{M-1j} = 0 \quad (A10)$$

関係が成り立つ。境界が導波路から十分遠く、計算領域の外の界 $E_{Mj} = 0$ と仮定すると、

$$E_{M-1j} = \frac{E_{M-1j-1} + E_{M-1j+1} + E_{M-2j}}{4 - h^2 f_{M-1j}} \quad (A11)$$

のように、他の境界と同様、境界上の格子の界を計算領域内の格子の界で表すことができる。

- (4) y 軸の上限の境界上 ($j = N$) で成り立つ関係

この境界上の各格子点で成り立つ電界の関係に、(3) と同様、 $E_{iN} = 0$ (境界の外の界が零) を適用すると、境界上の格子点での界は

$$E_{iN-1} = \frac{E_{iN-2} + E_{i-1N-1} + E_{i+1N-1}}{4 - h^2 f_{iN-1}} \quad (A12)$$

によって与えられる。

- (5) 計算領域の 4 隅の格子 $A \sim D$ での関係

- (i) 点 A ($i = 0, j = 0$)

ここでは、

$$E_{0-1} = E_{00}, \quad E_{-10} = e^{-Ph} E_{00}$$

の関係が同時に成立するので、式 (A5) より

$$E_{00} = \frac{E_{01} + E_{10}}{3 - e^{-Ph} - h^2 f_{00}} \quad (A13)$$

の関係が得られる。

- (ii) 点 B ($i = M - 1, j = 0$)

ここでは、 $E_{M0} = 0$ 、 $E_{M-1-1} = E_{M-11} = E_{M-10}$ が成立し、これらの関係を、差分式に適用することにより、

$$E_{M-10} = \frac{E_{M-20}}{2 - h^2 f_{M-10}} \quad (A14)$$

の関係が得られる。

- (iii) 点 C ($i = M, j = N$)

この点での差分式に、 $E_{M-1N} = E_{MN-1} = 0$ を適用すると、

$$E_{M-1N-1} = \frac{E_{M-1N-2} + E_{M-2N-1}}{4 - h^2 f_{M-1N-1}} \quad (A15)$$

の関係が得られる。

(iv) 点 D ($i = 0, j = N$)

この点では、 $E_{-1N-1} = e^{-Ph} E_{0N-1}$ 、 $E_{0N} = 0$ が成立し、これらを差分式に適用すると、

$$E_{0N-1} = \frac{E_{0N-2} + E_{1N-1}}{4 - e^{-Ph} - h^2 f_{0N-1}} \quad (A16)$$

の関係が得られる。

与えられた伝送電力 P_{in} における界分布と実効屈折率 N_{eff} は以下のように差分式を用いた反復によって得ることができる：

(i) 線形領域（導波路の伝送パワーが小さい領域）での導波路断面内の屈折率分布 n_{ij} と導波路の実効屈折率 N_{eff} を計算する。

(ii) 界分布の初期値を与えて、各格子点での差分式を用いて、線形領域での界分布を求める。

(iii) 与えられた伝送パワー P_{in} となるように

$$E_{ij}^{(\text{規格化})} = \frac{\sqrt{P_{in}}}{\sqrt{Power}} E_{ij}, \quad Power = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_0} \sum_{i,j} n_{ij} |E_{ij}|^2$$

のように界分布を伝送電力で規格化する。ここで、 Z_0 は真空中での光の波動インピーダンスを表している。

(iv) Kerr-効果による導波路断面内の屈折率変化

$$\Delta n_{ij} = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_0} n_2 |E_{ij}^{(\text{規格化})}|^2$$

により計算する。 n_2 は媒質の非線形屈折率である。

(v) Kerr-効果による屈折率変化を考量して、導波路の実効屈折率 N_{eff} を計算する。

(ii)～(v) の計算ステップを反復して得られる N_{eff} の収束値を、与えられた伝送パワーにおける実効屈折率とする。以上の反復過程が図 A2 に示されている。図中の p と s の添え字は、それぞれ、前段階の値、現段階の値をそれぞれ表している。

導波路は K^+ イオンの熱拡散によって作成されると想定され、その断面内の屈折率分布は、Green-関数を用いた計算方法で算出される [9]。また、本論文で想定されている半導体ドープガラス R-66 フィルタガラス (HOYA 製) の非線形屈折率 n_2 と導波路の表面屈折率の値は、[2] に示されている実測値が用いられ：表面屈折率：1.5457、 $n_2 = 8.6 \times 10^{-15} [\text{m}^2/\text{W}]$ 。

なお、導波路の実効屈折率 N_{eff} の計算は、付録 B に示される等価屈折率法が用いられる。

反復による非線形 Channel 導波路の N_{eff} の計算過程

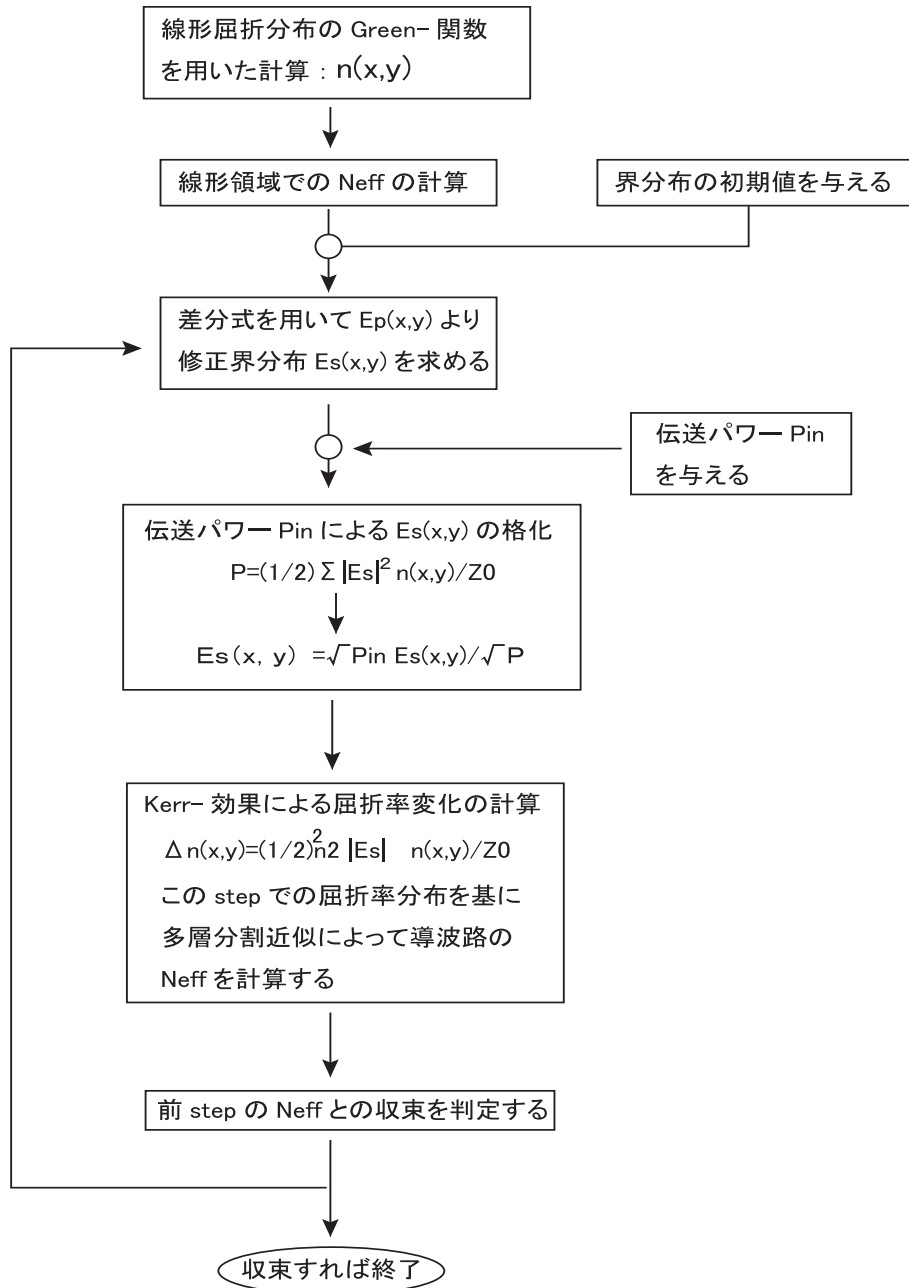


図 A2 差分法による N_{eff} を求める反復過程

付録 B 等価屈折率法による拡散チャネル導波路の N_{eff} の計算法

イオン拡散で製作されるチャネル導波路は図 B1 に示すように断面内の屈折率は、ステップ状ではなく、拡散時間や基板表面のイオン注入開口の幅に依存する分布を有している[9]。ここでは、このような深さ方向 (x 方向) と横方向 (y 方向) の両方に変化する屈折率を持つ導波路の実効屈折率の計算法の概略が示される。

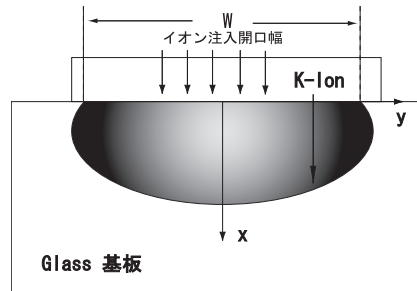


図 B1 チャネル導波路の断面内の屈折率

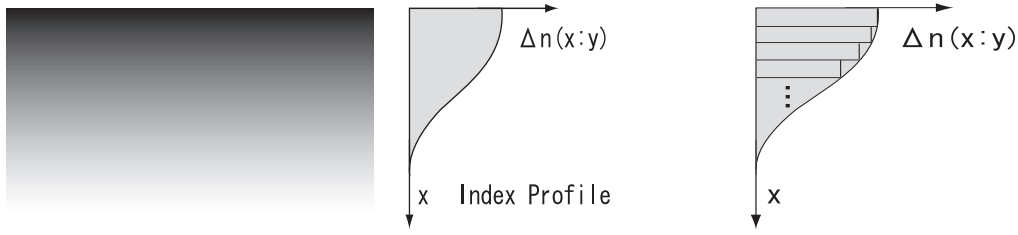
等価屈折率法では、深さ方向の界の閉じ込めと、横方向の界の閉じ込めを、近似的に分離して考える。即ち、以下のような近似的な概念に基づいて計算される：

(1) y の各点での深さ方向の界の閉じ込めは、その点に於ける深さ方向の屈折率分布 $n(x : y)$ を持ち、 y 方向には一様な平板導波路によって考える事ができる。即ち、 x 方向の閉じ込めによって、点 y を通る光は、あたかも、この点で考えた平板導波路の実効屈折率 $n_{eff}(y)$ を屈折率として感じて伝搬するように考える事ができる。(2) 横方向 (y 方向) の界の閉じ込めは、 y の各点で光が感じている等価的な屈折率 $n_{eff}(y)$ を持つ平板導波路として考える事ができる。(3) 従って、チャネル導波路の実効屈折率 N_{eff} は、横方向の界の閉じ込めを考えた平板導波路の実効屈折率として得る事ができる [7]。

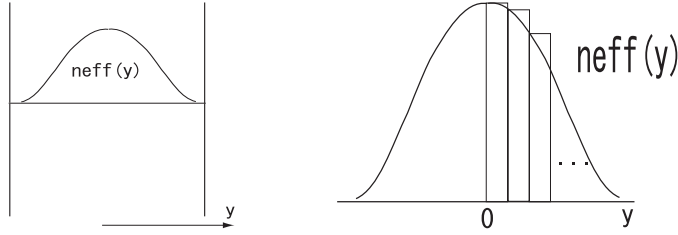
図 B2(a) には、点 y で考える平板導波路が模式的に描かれている。 $\Delta n(x : y)$ は点 y でのドーパされたイオンによって生じた屈折率変化を表している。また、図 B2(b) には横方向の界の閉じ込めを考えるための平板導波路が描かれている。

屈折率分布を持つ平板導波路の実効屈折率は、多層分割法によって容易に求める事ができる。即ち、導波路を厚みが薄い多層に分割し、各層では屈折率を一様と近似する事によって、横共振条件より平板導波路の特性方程式を得る事ができる。特性方程式を計算機による根探索法によって数値的に解く事により、比較的容易に容易に屈折分布を持つ導波路の実効屈折率を得る事ができる。図 B2(a)、(b) には、多層分割された屈折率分布も描かれている。

TE モードの実効屈折率を求める場合には、深さ方向の界の閉じ込めを考える平板導波路 (図 B2(a)) に関しては、電界成分は境界に平行となり、TE モードに対する特性方程式を解き、横方向の閉じ込めを考える等価平板導波路の屈折率 n_{eff} を得る。横方向の閉じ込めを考える等価平板導波路 (図 B2(b)) では、電界方向は境界に垂直となるので、TM モードについての特性方程式を解く事になる。TM モードに関しては、2つの等価平板導波路に関して TE モードとは逆のモードの特性方程式を解く事になる。



(a) 深さ方向の界の閉じ込めを考える平板導波路



(b) 横方向の界の閉じ込めを考える平板導波路

図 B2 界の閉じ込めを考える等価平板導波路

付録 C 拡散チャネル導波路の結合係数 c の計算法

ここでは、Ti 拡散 LiNbO₃ 導波路結合器の結合係数の算出法の概要が TE モードについて示される。図 C1 には結合器の断面と、横方向 (y 方向) の界の閉じ込めを考えるのに用いられる等価的な平板導波路が示されている。横方向の閉じ込めを考える等価的な平板導波路とは、付録 B の図 B2(b) に示された y 方向に屈折率分布 n_{eff} を持つ平板導波路を指す。

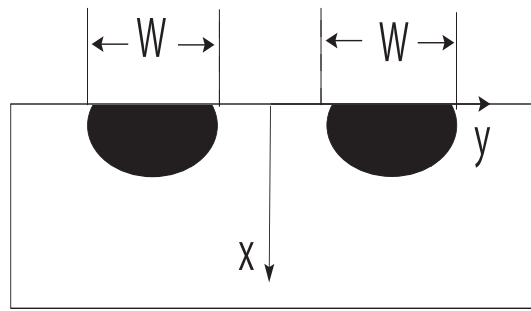
結合係数は、図 C1(b) に示された等価平板導波路を伝搬する偶モード (E_y の分布が偶対象) と奇モード (E_y の分布が奇対称) の伝搬定数 β_e と β_o をそれぞれ求め、それらより、

$$c = \frac{\beta_e - \beta_o}{2}$$

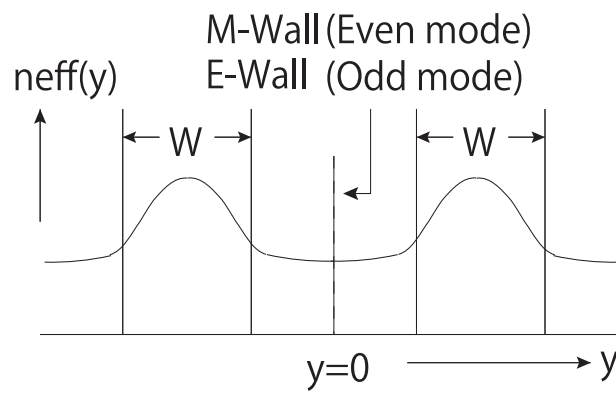
と得ることができる。

以下は、 β_e と β_o の計算法である：等価的な平板導波路の境界面 ($x-z$ 面) に平行な成分 E_z と H_x の y 方向の伝搬を考えると、これらは伝送線路方程式を満足する。図 C2 に y 方向の伝搬を記述する等価な伝送線路が示されている。ここで、 Z_s は、 $Z_s = -j\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_o^2}/k_0 n_o^2$ で与えられる基板中の波動インピーダンスを表している。 n_o は LiNbO₃ の常光屈折率、 k_0 は真空中の光の波数、 Z_0 は真空中の光の波動インピーダンスである。

等価な伝送線路を用いると、奇モードについては $E_y(0) = 0$ 、即ち、 $H_x(0) = 0$ なので、 $y = 0$ に磁気壁を置いて、横共振条件 (y 方向の共振条件) を満たす伝搬定数として、 β_o を得ることができる。一方、偶モードについては、 $\partial E_y(0)/\partial y = \partial H_x(0)/\partial y = 0$ 、即ち、 $E_z(0) = 0$ なので、 $y = 0$ に電気壁を置いて、横共振条件を満足する伝搬定数として β_e を得ることができる。



(a) 結合器の断面



(b) 横方向の閉じ込めを考える等価平板導波路の屈折率分布

図 C1 Ti 拡散 LiNbO₃ 導波路結合器の断面

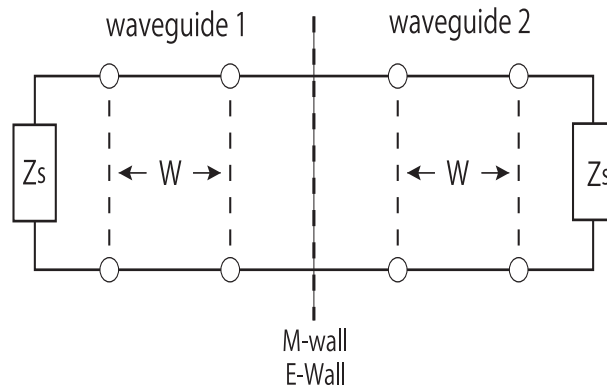


図 C2 E_z と H_x についての等価伝送線路